

A high Precision Satellite Positioning Technology without Considering Multi-body Problem and Relativistic Effects

Zhou Chiyu Liu Ting Liu Tingting Zhou Jie

Zhang Jiarong Zhou Xinli*

Shaoyang University, Shaoyang

Abstract: Through the satellite signal analysis of existing problems in the measurement space distance experiment, think using satellite signal measured by the distance between satellite and ground station is not usually thought of the position of space satellite launch signal instantaneous the distance between the point to the terminal, and is actually a ground-based received satellite signal instantaneous satellite in space position of the distance between point to the terminal. According to this principle, is proposed based on using higher-order high-dimensional space of the concept of distance intersection method can make the orbit determination of satellite positioning don't have to consider the earth's rotation, many body problems, and relativistic effects factors like observation ground static target could be achieved with measurement results.

Key words: The satellite signal; The space coordinates; Freedom of movement; Spatial coordinates; Spatial distance intersection method

Received: 2020-11-10; Accepted: 2020-11-16; Published: 2020-11-30

一种无须考虑多体问题和相对论效应等因素的高精度卫星定位技术

周迟愉 刘 婷 刘婷婷 周 洁 张家荣 周新力*

邵阳学院, 邵阳

邮箱: zhouxinli68@163.com

摘 要: 通过对卫星信号测量空间距离所存在的问题进行实验分析, 认为利用卫星信号所测量到的卫星与地面观测站之间的空间距离并不是通常所认为的卫星发射信号瞬间所在的空间位置点至接收站之间的距离, 而实际上是地面观测站接收到卫星信号瞬间卫星所在的空间位置点至接收站之间的距离。根据这一原理, 提出了运用基于高阶高维空间概念下的距离交会法可以使卫星的定轨定位不必考虑地球自转、多体问题和相对论效应等因素即可达到像观测地面静止目标一样的测量效果。

关键词: 卫星信号; 空间位置坐标; 自由运动; 空间轨道坐标; 空间距离交会法

收稿日期: 2020-11-10; 录用日期: 2020-11-16; 发表日期: 2020-11-30

Copyright © 2020 by author (s) and SciScan Publishing Limited

This article is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>



1 引言

对于像卫星这样一个处在与地球自转无关的空间范围内的观测目标,目前在利用其发出的电磁波信号进行定轨定位时,并不能做到像对待地面上静止的观测目标所发出的信号一样的测量效果。因为除了要考虑地球自转这一因素外,还要考虑卫星受诸多引力作用的“多体问题”因素和相对论效应等。并且,其中还存在有两个非常严重的问题:一个是相对论的时间效应问题,其预设的理论前提尽管目前还没有什么实验证据证实其不对,但也无法回避由此产生的像“双生子佯谬”这样不能作出非常令人信服的合理解释的逻辑悖论,以及不容忽视的 Sagnac 效应等 [3] [4] [5] [6] [7] [8]; 另一个更为棘手的问题是“多体问题”,尽管在只考虑地心引力作用情况下的“二体问题”,已基本得到有效解决,但同时考虑其他天体引力作用下的“三体问题或三体以上问题”,却至今还未得到卫星运动的严密分析解 [1] [2] [9] [10] [11] [12] [13] [14] [15]。本文通过研究在笔者从事 GPS 卫星定位工作中曾经发现的关于电磁波测量空间两个点之间距离的一个预设前提问题,给出一个既可以不考虑地球自转、多体问题、相对论效应和 Sagnac 效应等诸多因素的影响,又可以使卫星的定轨定位达到就像观测地面的静止目标一样,不会因这些并不是测量本身所引起的测量误差之外的因素(尤其是多体问题)没有得到彻底的解决而带来精度上损失的方法,谨供参考。

2 问题的提出

在现代卫星大地测量中,国内外对卫星运动的基本规律的研究主要是基于物理学中牛顿的万有引力定律和爱因斯坦的相对论的理论框架所展开的,而这两个理论都预设了这样一个前提 [3] [4] [5] [6] [7],即假设有一光脉冲从空间的一处发射到另一处,牛顿理论的观点是,在这一过程中不同观测者对光所花的时间不会有异议,但在光所走过的距离难以取得一致意见;而相对论的看法是,不同观测者不仅在光所走的距离上不会有一致的看法,在光所花的时间上也不能达成一致的看法。显然,两者的前提都有一个共同的假定,即这一过程光所走过的空间距离对不同观测者来说不是一致的,而这势必会产生

这样一个问题：如图1所示，假设以观测点所在的运动系为静止参照系建立一个3维直角坐标系 $o-xyz$ ，同时设观测点静止于坐标系的 $C(x_C, y_C, z_C)$ 点位置。由于目标点相对于观测点自由运动，因此，若以观测点所在的静止系为时间标准，并设当 t_1 时刻目标点经过坐标系的 $A(x_A, y_A, z_A)$ 点位置时发射电磁波信号，而当 t_2 时刻观测点接收到目标点所发的电磁波信号时，目标点已经到达坐标系的 $B(x_B, y_B, z_B)$ 点位置，这时，测量得到的空间距离究竟是指目标点在 t_1 时刻发射电磁波信号时所在的 A 点位置至观测点所在的 C 点位置之间的距离，还是指观测点在 t_2 时刻接收到目标点所发的电磁波信号时目标点所在的 B 点位置至观测点所在的 C 点位置之间的距离？一个明显的区别在于，当我们将目标点在 t_1 时刻发射电磁波信号瞬间所在的 A 点位置的坐标值作为信号所传播的空间距离的起算点来对观测点 C 进行定位时，在没有测量本身所带来的误差前提下，其测量的坐标误差 $(x'_C - x_C, y'_C - y_C, z'_C - z_C)$ 。若按照相对论效应，应基本来自于对目标点的空间距离测量所产生的总的等效距离误差 d_s [1] [2]，即

$$\begin{aligned} C(t_2 - t_1) &= \sqrt{(x_A - x'_C)^2 + (y_A - y'_C)^2 + (z_A - z'_C)^2} \\ &= \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (z_A - z_C)^2} + d_s \end{aligned} \quad (1)$$

但是，如果是因为对信号所传播的空间距离的起算点实际为 B 点的衡量错误，那么，测量的误差应该明显与3个坐标轴方向相关，即

$$\begin{aligned} C(t_2 - t_1) &= \sqrt{(x_A - x'_C)^2 + (y_A - y'_C)^2 + (z_A - z'_C)^2} \\ &= \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 + (z_B - z_C)^2} \\ &= \sqrt{[(x_A + \Delta x) - x_C]^2 + [(y_A + \Delta y) - y_C]^2 + [(z_A + \Delta z) - z_C]^2} \end{aligned} \quad (2)$$

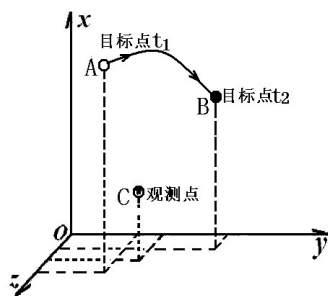


图1 空间距离测量的真实性

Figure 1 The veracity of space distance measurement

3 实验的分析

3.1 实验原理

为了验证这一点, 这里我们可以利用 GPS 卫星定位系统来做一个实验, 该实验的原理是这样的: 在某一个地区内均匀地选取若干个已知地面网坐标的公共点 $1, 2, 3, \dots, N$ (或者也可以选取 N 个观测点, 然后分别用精密的全站仪和水准仪精确地测出这些点在地面网中的 3 维坐标值), 分别在每一个公共点上用测地型双频 GPS 接收机 (L_1/L_2 型) 对 3 颗以上相同星历的卫星进行高精度同步静态观测之后, 于是就获得了这些点在地面网中经过平差计算处理之后的坐标 (x_1, y_1, z_1) 与在卫星网中经过平差计算处理之后的坐标 (x_2, y_2, z_2) 这两套坐标值。由于 GPS 卫星距离地面大约 2 万多公里, 与地球的相对速度平均是 3.9 km/s , 并且按照爱因斯坦的时间相对效应可以计算卫星钟与地面钟大约相差每秒 0.45 ms , 因此, 在确保测量精度和排除了其他干扰的前提下, 如果卫星星历发布的在 t_1 时刻的 3 维坐标 (x_A, y_A, z_A) 是没有问题的, 并假设实验是在美国进行的, 不存在两个不同椭球例如 WGS-84 坐标与 54 北京坐标之间的坐标转换的精度损失, 那么, 正常情况的理解是, 上述所有 N 个观测点在相同椭球下分别由常规测量系统和 GPS 定位系统所精确测量到的这两套坐标, 它们之间的坐标差在 3 个坐标轴上的分布基本上会呈现正态的没有方向性的分布, 即 $\sum \Delta x \rightarrow 0$ 、 $\sum \Delta y \rightarrow 0$ 、 $\sum \Delta z \rightarrow 0$ [1] [2]; 而不会是在某一个方向上有一部分坐标差明显偏大, 并且偏差是与 3 个坐标轴方向相关的, 即 $\sum \Delta x \rightarrow C_x$ 、 $\sum \Delta y \rightarrow C_y$ 、 $\sum \Delta z \rightarrow C_z$ 。但是, 笔者发现实际的情况却并不是如此的, 即这 N 个坐标差在 x 、 y 、 z 三个方向上的分布明显是与坐标相关的 [16] [17] [18]!

3.2 初步的实验结果

一个初步的实验证据是, 笔者曾经在湖南邵阳地区 (位于中央子午线经度为 111° 附近) 选择了 49 个已知 54 北京坐标的公共点, 用测地型 GPS 接收机 (实验机型为中海达 V_8 双频测地型 GPS) 对这些公共点做高精度静态测量, 根据所测得的这些点的 WGS-84 坐标, 计算了实测坐标值与已知 54 北京坐标之间的差

值 (ΔX_i 、 ΔY_i 、 ΔZ_i)，计算结果列于表 1 中。

表 1 大地型 GPS 实测坐标与已知点 54 北京坐标的对比

Table 1 Comparison of geodetic GPS coordinates with the coordinates of known point in BJ-54

点号	实测坐标与已知坐标之差 (m)			点号	实测坐标与已知坐标之差 (m)			点号	实测坐标与已知坐标之差 (m)		
	ΔX	ΔY	ΔZ		ΔX	ΔY	ΔZ		ΔX	ΔY	ΔZ
01	-4.5	-133	-63.25	18	-3.5	-131.5	-66.75	35	-1.875	-130.5	-67.75
02	-2.125	-136	-66	19	-3.5	-132	-66.75	36	-1.875	-130.5	-67.5
03	-2.125	-136	-66	20	-3.5	-132	-67	37	-3.625	-133.5	-64.75
04	-2.125	-136	-66	21	-4.375	-130	-69.25	38	-3.625	-133.5	-64.75
05	-10.25	-127	-52.75	22	-4.5	-130	-69.25	39	-3.625	-133.5	-64.75
06	-10.25	-127.5	-52.75	23	-3.625	-132	-66.75	40	-3.75	-133.5	-64.75
07	-10.25	-127.5	-52.75	24	-3.625	-132	-66.75	41	-3.625	-133	-64.75
08	-10.25	-127.5	-52.75	25	-5.625	-132.5	-63	42	-3.625	-133.5	-64.75
09	-10.25	-127.5	-52.75	26	-5.625	-133	-63.25	43	-3.625	-133.5	-64.75
10	-4.5	-130	-69.5	27	-2.75	-132.5	-67.5	44	-3.625	-133	-65
11	-4.375	-130	-69.25	28	-5.625	-132.5	-63.25	45	-3.625	-133	-65
12	-2.5	-140.5	-59.75	29	-5.625	-133	-63.25	46	-4.5	-132.5	-63
13	-2.5	-140	-59.5	30	-5.75	-133	-63.25	47	-3.625	-140	-59.5
14	-2.375	-140.5	-59.75	31	-5.75	-132.5	-63.25	48	-3.5	-140	-59.75
15	-2.5	-140.5	-59.5	32	-4.375	-131	-58.25	49	-3.625	-140	-59.5
16	-10.25	-127.5	-53	33	-4.375	-131	-58.25				
17	-10.25	-127.5	-53	34	-4.5	-131	-58.25				
平均									-4.6	-132.8	-62.5

由于 WGS-84 坐标和我国的 54 北京坐标或西安大地坐标是在两个不同椭球下的两套坐标系，因此，理论上，根据上表中的任意 3 个公共点的两套坐标就可以按坐标转换模型（例如武测模型，或者布尔沙模型、莫洛金斯基模型等）求得 WGS-84 坐标与 54 北京坐标这两个不同椭球的空间直角坐标系的 7 个转换参数。而当公共点多于 3 个时，取不同的 3 个点，就会得到不同的坐标转换参数。那么，通常认为按照最小二乘原理，根据所有这些公共点在地面网中的坐标方差阵 D_{11} 和权阵 $P_{11}=\sigma_0^2 D_{11}^{-1}$ ，以及在卫星网中的坐标方差阵 D_{22} 和权阵 $P_{22}=\sigma_0^2 D_{22}^{-1}$ ，运用严密平差法求得的一组坐标转换参数肯定是最优的或者说是最精确的。但不可思议的是，笔者将上述所有 49 个观测点的两套坐标值之差直接进行简单的算术平均，然后

把所求的结果作为手持导航型 GPS 接收机（试验机型为 GARMIN 公司生产的 12 通道 eTrex GPS）的 3 个平移转换参数（ $DX = -4.6$, $DY = -132.8$, $DZ = -62.5$ ），并用这组通过算术平均所求的参数（包括两个常数 $Da = -108$, $Df = 0.0000005$ ）与另外一组根据上述最小二乘原理利用严密平差法求得的平移参数分别在邵阳学院七里坪校区和中南大学本部校区的几个一级导线点进行了初步的实测对比，结果是用严密平差法所求得的那组坐标转换参数在进行单点定位时，其高程精度基本上是符合最小二乘法原理的，而其平面精度却并不符合最小二乘法原理。换句话说，其平面精度反而比用直接算术平均所求得的这组坐标转换参数在进行单点定位时获得的平面精度要低！为了进一步证实这一点，笔者及其几个同事又在湖南省常德市石门县夹山镇地区用同样的方法对该地区内的其中 32 个一级导线点进行了实地观测（观测时长为 5 min，观测方法为单点绝对定位），并分别将导航型 GPS 接收机用两套参数对 32 个导线点的实测观测值与已知的坐标值进行比较，然后以各点的点号为横轴，以各点在平面坐标（ X 、 Y ）和高程 H 三个坐标偏差 ΔX 、 ΔY 、 ΔH 为纵轴，绘制导航型 GPS 在 X 、 Y 、 H 三个方向上的坐标偏差控制图（见图 2）。

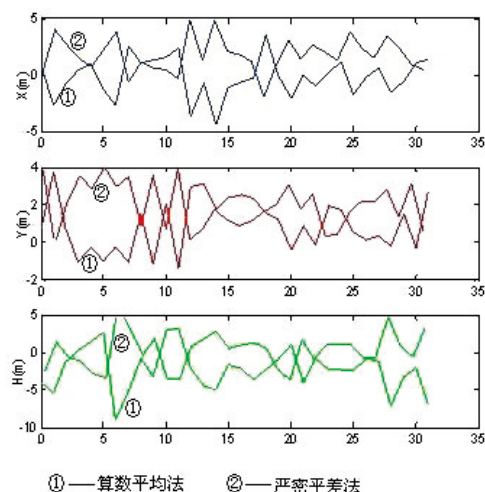


图 2 导航型 GPS 在 X 、 Y 、 H 方向的坐标偏差

Figure 2 Coordinate deviation of the navigation type of GPS in X , Y and H directions

从图 2 中可以看出, 通过算术平均法获得的参数测量的各点的坐标偏差基本上都在 0 位横线上上下下振荡, 而通过严密平差法获得的参数测量的各点的坐标偏差只有 H 方向在 0 位横线上上下下振荡, 而 X 、 Y 两个方向上则普遍偏离了 0 位横线! 因此, 除非平差的基本原理有问题, 否则在 GPS 卫星定位上, 必然还存在着与 x 、 y 、 z 三个坐标轴相关的系统误差!

4 新方法的给出

4.1 新测量方法的原理

上述实验结果意味着, 当我们利用卫星信号进行空间距离测量时, 对于在太空中任意一个处于 n 阶自由运动状态的卫星 M , M 所发出的信号在其与地面接收地之间所传播的空间距离实际上并不是通常我们所认为的信号在那一时刻发射瞬间 M 定格在坐标系格网上的那个点到接收地之间的距离, 而是 M 至接收机之间这段随时间变化且与坐标系的选取无关的距离。换句话说, 假设以地球为静止参照系建立一个以地球的质心 O 为原点、以地球自转轴为 z 轴、固联在地球上并随地球自转的 3 维直角坐标系 $O-xyz$, 并以地球上所划定的时间间隔为整个宇宙空间的时间参照标准。若卫星 M 在 t_1 时刻发射电磁波信号瞬间位于地球上空的某一个位置点 A 的空间位置坐标为 (x_A, y_A, z_A) , 到下一时刻 t_2 , 地面上某一个测站点 $S_1(x_1, y_1, z_1)$ 接收到 M 的电磁波信号瞬间, M 移动到地球上空的另一个位置点 B 的空间位置坐标为 (x_B, y_B, z_B) , 那么, 我们通过该电磁波信号在地面测站点 S_1 所测量到的 M 与 S_1 之间的这段空间距离的理论值实质上并不是通常我们所认为的是卫星星历所发布的空间位置坐标点 $A(x_A, y_A, z_A)$ 与测站点 $S_1(x_1, y_1, z_1)$ 之间的 3 维的空间距离, 而应该是 M 与测站点 S_1 之间的这段变化的高阶高维空间的距离, 即

$$\begin{aligned} C(t_2 - t_1) &\neq \sqrt{(x_A - x_1)^2 + (y_A - y_1)^2 + (z_A - z_1)^2} \\ &= \sqrt{(x_B - x_1)^2 + (y_B - y_1)^2 + (z_B - z_1)^2} \end{aligned} \quad (3)$$

4.2 新测量方法的内容

因此, 只要按公式 (3) 将以卫星星历所发布的坐标值 (x_A, y_A, z_A) 为卫星信号所传播的空间距离的起算点, 置换成以地面接收机接收到信号时卫星所在的空间位置坐标值 (x_B, y_B, z_B) 为卫星信号所传播的空间距离的起算点即可使卫星定位达到像利用静止的目标信号进行定位一样的测量效果。问题是, 地面接收机接收到卫星 M 的信号时, M 所在的空间位置坐标值 (x_B, y_B, z_B) 是如何被知道的? 由于卫星在太空中是一种自由的运动状态, 该运动状态与人为的外力作用下的运动状态有所不同的是: 它是一种空间的某一确定的轨道状态, 与在轨道位置上的卫星自身的质量、大小和形状等性质都是无关的 [3] [4] [5] [6] [7], 即如图 3 所示, 若设卫星 M 的初始条件也就是其在 $t_0=0$ 时刻经过地球上空某一个坐标格网点的位置坐标值和处在第 n 阶高维空间里的那一个运动轨道点上的各阶速度、加速度和变加速度坐标值分别为 $(x_M, y_M, z_M)_{t_0} \equiv s_{t_0}$ 和 $(x_M^{(1)}, y_M^{(1)}, z_M^{(1)}, x_M^{(2)}, y_M^{(2)}, z_M^{(2)}, \dots, x_M^{(n)}, y_M^{(n)}, z_M^{(n)})_{t_0} = s_{t_0}^{(1 \sim n)}$, 并设 M 在以后的某一个时刻 t_j ($j=1, 2, 3, \dots$) 到达地面上空的另一个坐标格网点时的位置坐标值和各阶轨道坐标值分别为 $(x_M, y_M, z_M)_{t_j} \equiv s_{t_j}$ 和 $(x_M^{(1)}, y_M^{(1)}, z_M^{(1)}, x_M^{(2)}, y_M^{(2)}, z_M^{(2)}, \dots, x_M^{(n)}, y_M^{(n)}, z_M^{(n)})_{t_j} = s_{t_j}^{(1 \sim n)}$, 那么, 卫星在太空中的这种自由的运动状态可以用一个类似泰勒展开式的解析方程式来描述 [19] [20], 即

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}_t = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}_{t_0} + \begin{pmatrix} x_M^{(1)} \\ y_M^{(1)} \\ z_M^{(1)} \end{pmatrix}_{t_0} t + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x_M^{(2)} \\ y_M^{(2)} \\ z_M^{(2)} \end{pmatrix}_{t_0} t^2 + \dots + \frac{1}{n!} \begin{pmatrix} x_M^{(n)} \\ y_M^{(n)} \\ z_M^{(n)} \end{pmatrix}_{t_0} t^n \\ \begin{pmatrix} x_M^{(k)} \\ y_M^{(k)} \\ z_M^{(k)} \end{pmatrix}_t = \begin{pmatrix} x_M^{(k)} \\ y_M^{(k)} \\ z_M^{(k)} \end{pmatrix}_{t_0} + \sum_{i=1}^{n-k} \frac{1}{i!} \begin{pmatrix} x_M^{(i+k)} \\ y_M^{(i+k)} \\ z_M^{(i+k)} \end{pmatrix}_{t_0} t^i \quad (k=1 \sim n-1) \\ (x_M^{(n)}, y_M^{(n)}, z_M^{(n)})_t = (x_M^{(n)}, y_M^{(n)}, z_M^{(n)})_{t_0} \end{cases} \quad (4)$$

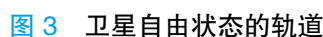


Figure 3 The orbit of free state of satellite

根据卫星的这一运行轨道方程,若在地面上选取 $3n+3$ 个固定站点在 t_N ($N=1, 2, \dots, 3n+3$) 时刻能够接收到该卫星 M 在 t_0 时刻发出的信号,那么,在不考虑卫星自身的空间阶数和空间维数(即所谓的卫星自身对空间外物的引力)的情况下,根据地面这些站点的 3 维空间位置坐标值 (x_N, y_N, z_N) 和 n 阶空间位置变化均为 0 的轨道坐标值,即 $(O_X^{(1)}, O_Y^{(1)}, O_Z^{(1)}, \dots, O_X^{(n)}, O_Y^{(n)}, O_Z^{(n)})$, 以及所测得的卫星信号在 t_N 时刻传播到各测站点的空间距离 $s_N=ct_N$, 我们就可以运用传统的几何定轨法即空间距离交会法 [19] [20] (只是这种空间距离的交会显然不是我们通常所理解的 3 维空间的距离交会,而是 4 维或 4 维以上高阶高维空间的距离交会,如图 4 所示)来测出卫星在 $t_0=0$ 时的初始空间位置坐标 (x_M, y_M, z_M) , $t_0 \equiv (x_{t_0}, y_{t_0}, z_{t_0})$ 和 n 阶位置变化的初始轨道坐标值 $(x_M^{(1)}, y_M^{(1)}, z_M^{(1)}, \dots, x_M^{(n)}, y_M^{(n)}, z_M^{(n)})_{t_0} = (x_{t_0}^{(1)}, y_{t_0}^{(1)}, z_{t_0}^{(1)}, \dots, x_{t_0}^{(n)}, y_{t_0}^{(n)}, z_{t_0}^{(n)})$, 即

[illegible]

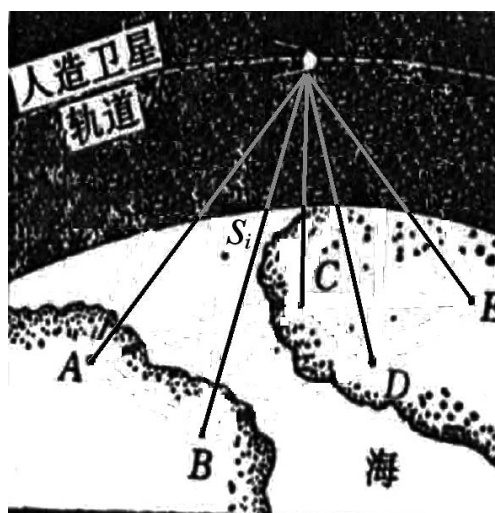


图 4 卫星的几何定轨原理——距离交会法

Figure 4 The geometry of satellite orbit determination, distance intersection method

根据所测出的卫星的初始空间位置坐标值和初始轨道坐标值，再根据该卫星定位时地面接收机所接收到的卫星星历所发布的坐标值 $(x_M, y_M, z_M)_{t_i} \equiv (x_A, y_A, z_A)$ ，利用式 (4) 中的第一个方程反算出卫星由初始空间坐标位置运动到星历发布的坐标位置所经历的时间 t_a ；然后，将计算出的时间 t_a 代入到式 (4) 中的第二个方程即可计算出卫星在坐标 (x_A, y_A, z_A) 位置上的各阶轨道坐标值 $(x_A^{(1)}, y_A^{(1)}, z_A^{(1)}, x_A^{(2)}, y_A^{(2)}, z_A^{(2)}, \dots, x_A^{(n)}, y_A^{(n)}, z_A^{(n)})$ 。然后，根据星历发布的坐标值和对应的各阶轨道坐标值，以及接收到卫星信号的时间 $\Delta t = t_b - t_a$ ，即可计算出卫星信号所传播的那段距离的实际起算点的坐标值 (x_B, y_B, z_B) ，在此之前，该值是用星历发布的坐标值 (x_A, y_A, z_A) 来代替的。

5 结语

在上述的新的卫星定轨定位方法中，关键的问题是如何探测必要的测站数的量值 N 。显然， N 取决于地球的空间阶数 n 。而由于卫星和地球、月球等都在同一个地球公转的轨道面上，即它们在太阳系的这一阶空间位置变化的轨道坐

标值是一致的,如同位于同一个平面 YZ 内的几个目标点其在 X 轴上的坐标值是相同的一样。因此,地球的空间阶数 n 必然是一个确定的常数,这也意味着,上述卫星的轨道方程中的 n 值肯定不是无限的,必然在某一个数值上。如果假设已经知道地球的空间阶数 n ,那么,在理想状态下(即测量值没有观测误差),当测站数 $N=3n+3$ 时,即为必要观测;而当测站数 $N>3n+3$ 时,则为多余观测。这里,若假设 $N>3n+3$,那么,当用 N 个测站测得卫星在任意 t_i 时刻的第 n 阶以后的各阶位置变化的轨道坐标值都为0时,即 $(o_x^{(n+1)}, o_y^{(n+1)}, o_z^{(n+1)}, o_x^{(n+2)}, o_y^{(n+2)}, o_z^{(n+2)}, \dots, 0, 0, 0)_{t_i}$,就可确定地球的空间阶数值 n 。而一旦我们确切地知道了地球的空间阶数 n ,就意味着我们还可以运用这一原理来实时测定地球上空随地球一同公转的任何一个自由运动的动态物体在某一时刻的确切位置和瞬时速度、加速度和变速度等,并且也能用这一原理来测定月球或太空中的其他星体的空间阶数,这对太空的探测是很有价值的。

项目基金

该论文获2019年湖南省大学生创新计划项目资助,项目编号:S201910547028。

参考文献

- [1] 刘林. 人造地球卫星轨道力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992.
- [2] 刘大杰, 施一民, 过静珩. 全球定位系统(GPS)的原理与数据处理[M]. 上海: 同济大学出版社, 2001: 97-102.
- [3] Hawking S W. The Future of Spacetime[M]. 李咏, 译. 长沙: 湖南科技出版社, 2002.
- [4] Ridley B K. Time, Space and Things[M]. 李咏, 译. 长沙: 湖南科技出版社, 2002.
- [5] Hawking S W. A Brief History of Time[M]. 许明贤, 吴忠超, 译. 长沙: 湖南科技出版社, 2004.
- [6] 爱因斯坦. 狭义和广义相对论浅说[M]. 杨润殷, 译. 北京: 北京大学出版社, 2006.

- [7] 赵峥. 物含妙理总堪寻 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2013.
- [8] 王汝涌. 推广的 Sagnac 效应、GPS 和对狭义相对论两个原理的实验检验 [J]. 北京: 北京石油化工学院学报, 2009 (1).
- [9] Marchal C, 孙义燧. 多体问题中惯量矩的演变 [J]. 北京: 中国科学 A 辑, 1985 (6).
- [10] Lukyanov L G, Nasonova L P, Shirmin G I. The Lagrange-Jacobi equation in the finite-size many-body problem [J]. Astronomy Letters, 2003 (9): 635-639.
- [11] Guillot A. The Painleve Property for Quasihomogenous Systems and a Many-Body Problem in the Plane [J]. Communications in Mathematical Physics, 2005 (1): 181-194.
- [12] 梁雨婷, 谭毅, 程楠, 等. 一种混合算法求解多体问题下行星际转移轨道 [J]. 计算机与数字工程, 2010, 38 (4): 15-29.
- [13] 耿涛, 刘经南, 赵齐乐, 等. 星地监测网下的北斗导航卫星轨道确定 [J]. 测绘学报, 2011 (增刊): 46-51.
- [14] 吴连大, 王昌彬, 童傅. 人造卫星二阶摄动理论的半分析半数值方法 [J]. 天文学报, 1978, 19 (2): 131-150.
- [15] 罗志才, 钟波, 宁津生, 等. GOCE 卫星轨道摄动的数值模拟与分析 [J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2009, 34 (7): 757-760.
- [16] 周新力, 羊春华. 导航型 GPS 在地质工作中应用的前景 [J]. 邵阳学院学报 (自然科学版), 2004, 1 (2): 93-94.
- [17] 周新力, 王泽楠, 唐保华. 探讨求解导航型 GPS 坐标转换参数的方法 [J]. 大地测量与地球动力学, 2007, 27 (6): 68-72.
- [18] 周新力, 羊春华, 范志勇. 对提高导航型 GPS 定位精度的研究 [J]. 测绘科学, 2008, 33 (3): 87-90.
- [19] 周新力. 关于 GPS 卫星定位中相对论效应修正的探讨 [J]. 测绘地理信息, 2013, 38 (1): 27-30.
- [20] 周新力. 从空间维数探讨多体问题下的卫星定轨技术 [J]. 导航定位学报, 2014, 2 (1): 1-5.