

Discussion the causes of electromagnetic field transformation in different frame of reference

Wei Jiaao

Henan University, Zhengzhou

Abstract: By applying the phase effect and maxwell's two hypotheses, as well as some typical examples of uniform electromagnetic fields, the physical essence of the transformation of electromagnetic fields in different reference frames is deduced and explained.

Keywords: The electromagnetic field; Frame of reference. Transformation; The theory of relativity

Received: 2019-09-12; Accepted: 2019-10-10; Published: 2019-11-07

基于应用相对相应的不同参照系 中电磁场变换原因的探讨

韦佳奥

河南大学，郑州

邮箱: jiaao.w02@gmail.com

摘 要: 应用相论效应和麦克斯韦的两个假说，以及均匀电磁场的一些典型例子结论，对电磁场在不同参照系中变换的物理实质进行了推导和解释，导出了与电磁场变换式相同的结果，加深了对电磁场性质的认识。

关键词: 电磁场；参照系；变换；相对论

收稿日期：2019-09-12；录用日期：2019-10-10；发表日期：2019-11-07

Copyright © 2019 by author(s) and SciScan Publishing Limited

This article is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>



麦克斯韦从法拉第电磁感应定律出发提出了涡旋（感生）电场的假说，其表达式可写为：

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

它揭示了随时间变化的磁场激发电场的规律，并认为在一般情况下电场既包括静止电荷产生的静电场，也包括变化磁场所激发的涡旋（或感生）电场。

麦克斯韦又从安培定理出发提出了位移电流的假说，其表达式可写为：

$$I_D = \frac{d\phi_D}{dt} = \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

它揭示了随时间变化的电场激发磁场的规律，并认为在一般情况下磁场既包括传导电流产生的稳恒磁场，也包括变化的电场（位移电流）所激发的磁场。由两个假说导出的麦克斯韦方程组是对电磁场的全面总结和高度概括，电场和磁场是同一种物质——电磁场的两个方面，在给定参照系中电场和磁场各表现出一定的性质，但当参照系变换时，它们可以互相转换。如图 1 所示，设 S, S' 为两个惯性参照系，当 S' 系相对于 S 系沿 X 正方向以速率 u 匀速运动时，空间某点某时刻的电磁场量在这两个参照系中的变换关系为：

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x & B'_x &= B_x \\ E'_y &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} [E_y - uB_z]; & E'_z &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} [E_z + uB_y] & B'_y &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} [B_y + \frac{u}{c^2} E_z]; & B'_z &= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} [B_z - \frac{u}{c^2} E_y] \end{aligned}$$

$$\text{令 } \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \gamma$$

从上述变换式可以看出，不同参照系中的电场和磁场不是分开来各自进行变换的，而是相互联系在一起变换的，它们可以互相转化。当在一惯性参照系中只有电场（磁场）时，在另一惯性参照系中就可能既有电场也有磁场，也就是说必定是电场与磁场的混合，不可能将某一惯性参照系中纯粹的电场（磁场）变换成另一惯性参照系中纯粹的磁场（电场）。

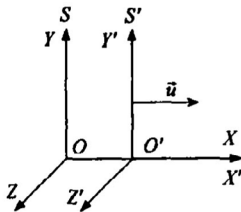


图 1

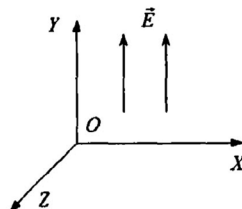


图 2(a)

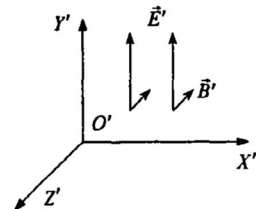


图 2(b)

为什么在参照系变换时有另一种场产生呢？产生这个场的源是什么呢？下

面我们就来探讨这个问题。

1 考虑 s 系中只有均匀电场的情况

如图 2 (a) 所示, 假若在 s 系中只有平行于 Y 轴方向的均匀电场 \vec{E} , 由电磁场变换式可知, 在 s' 系中除了有平行于 Y' 方向的均匀电场外, 还有平行于 z' 轴方向的均匀磁场 \vec{B}' , 如图 2 (b) 所示。为了弄清楚 \vec{B}' 是怎样产生的, 产生 \vec{B}' 的源是什么? 我们以均匀带电平板间的场为例来加以推导解释 (设平板很大, 两板间的电场可视为均匀电场)。

如图 3 (a) 所示, 设两均匀带电平板静止在 s 系中, 板面上均匀带电, 其电荷面密度为 σ 。 s' 系相对于 s 系以速率 u 沿 X 轴正向运动。

则 s 系中只有电场而无磁场, 其关系式为:

$$\vec{E} = E\vec{j} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\vec{j} \quad \vec{B} = 0$$

而 S' 系中既有电场也有磁场 (由电磁场变换式可得出), 即

$$\vec{E}' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\vec{E} = \gamma\frac{\sigma}{\epsilon_0}\vec{j} \quad \vec{B}' = -\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\frac{u}{c^2}E\vec{k} = -\gamma\frac{u}{c^2}\frac{\sigma}{\epsilon_0}\vec{k}$$

如图 3 (b) 所示。

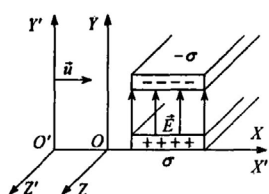


图 3 (a)

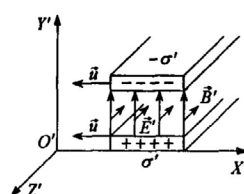


图 3 (b)

由上式看出 S' 系中电场 E' 是 S 系中电场 E 的 γ 倍。这是因为板上电荷的相对论不变性 (即在不同参考系中观察同一带电粒子的电量不变) 和运动方向的尺缩效应使板面沿 X' 方向长度缩短, 故在 S' 系中板上电荷密度 σ' 变大, 即 $\sigma' = \gamma\sigma$, 因此 $E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = \gamma\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ 。

为什么 S' 系中会有磁场 E' 产生呢? 其原因是在 S' 系中看来, 平板上正负电荷以速率 u 沿 $-X'$ 轴运动, 相当于两反向流动的平面电流, 即上板面电流沿 X'

轴方向, 下板面电流沿一 X' 轴方向, 由平面电流产生的磁场公式知两板电流产生的磁场大小相同, 为 $\frac{\mu_0}{2} j$, 且方向一致, 即: $B' = \frac{\mu_0}{2} j + \frac{\mu_0}{2} j = \mu_0 j$ (式中 j 是面电流密度)。

$$j = \sigma' u \quad \text{又} \quad \because \sigma' = \gamma \sigma \quad \mu_0 = \frac{1}{c^2 \epsilon_0} \quad \therefore B' = \mu_0 \sigma' u = \gamma \frac{u}{c^2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

由电流方向知: B' 沿一 z' 轴方向, 写成矢量式: $\vec{B}' = -\gamma \frac{u}{c^2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{k}$ 。

这与直接由电磁场变换式得出的结果是一致的。由相对性原理和麦克斯韦方程组知道, 不论在哪个系中, 电场是由电荷或变化的磁场来产生, 磁场是由电流或变化的电场来产生。在这里我们更深刻地理解了在系中产生磁场的源就是电流 (运动电荷)。

2 考虑在 S 系中只有均匀磁场的情况

如图 4 (a) 所示, 假若在 S 系中只有平行于 Y 轴方向的均匀磁场, 由电磁场变换式可知, 在系中除了有平行于 Y' 轴的均匀磁场 E' 外, 还有平行于一 z' 轴方向的均匀电场 \vec{E}' , 如图 4 (b) 所示, 为了弄清楚是怎样产生的? 产生的源是什么? 我们以无限大金属板电流产生的场为例, 来加以阐述。

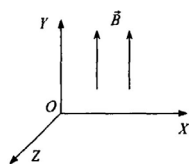


图 4 (a)

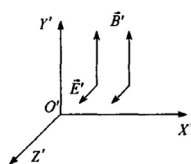


图 4 (b)

如图 5 (a) 所示, 设金属板固定在 S 系中 YZ 平面上, S' 系垂直于板面以速度沿 X 向相对于系运动, 我们设想金属板中正电荷是静止的, 负电荷以速率 v 沿一 z 轴方向运动, 形成沿 z 轴正向的电流。(此时正负电荷面密度相等, 仍为 σ) 则 S 系中有磁场无电场, 即: $\vec{E} = 0 \quad \vec{B} = B\vec{j} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \vec{j} \quad (\text{在 } X > 0 \text{ 区域})$ 。

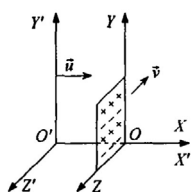


图 5 (a)

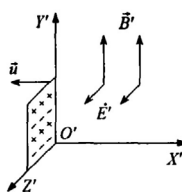


图 5 (b)

当 s' 相对 s 系运动时, 由电磁场变换式可得出 S' 系中的电场与磁场分别为:

$$\vec{E}' = \gamma u B \vec{k} = \gamma u \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \vec{k} \quad \vec{B}' = \gamma \vec{B}$$

如图 5 (b) 所示。

为什么 s' 系中有沿 z' 方向的电场 \vec{E}' 呢? 产生的源是什么呢? 为了简化数学运算, 我们从变化的磁场产生感生电场 (涡旋电场) 这个角度来说明。

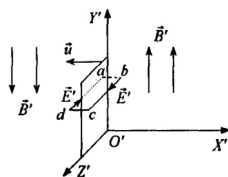


图 6

如图 6 所示, s' 相对 s 运动时, 我们可以认为 s' 系不动。金属板以速率 u 沿负 X 向运动。在系中做一安培环路 $abcd$ 包围金属板。由于板左右两侧 \vec{B}' 方向是相反的, 当金属电流板以速率 u 沿 x' 负向运动时, 环路 $abcd$ 中的磁通量就发生变化, 在空间产生感生电场。由对称性分析可知, 感生电场在板左侧沿 $-z'$ 轴方向, 在右侧沿 z' 轴方向, 距板等距离处 E' 相等, 将感生电场的环路定理:

$$\oint \vec{E}' \cdot d\vec{l}' = -\frac{d\phi'_m}{dt'}$$

$$\text{用于 } abcd \text{ 环路有 } E' \overline{bc} + E' \overline{da} = \frac{u \Delta t' \overline{bc} B' - u \Delta t' \overline{da} (-B')}{\Delta t'};$$

$\therefore \overline{bc} = \overline{da}$; $2E' = 2uB'$; $\therefore E' = uB'$ 写成矢量式则: $\vec{E}' = \gamma u B \vec{k}$ 。可见与变换式的结果一致。上面以均匀电场和磁场为例, 利用相对论效应和麦氏两个假设解释了电磁场在参考系变换时相互转化的物理实质, 使我们对麦克斯韦两个假设和电磁场的认识更加深刻。

参考文献

- [1] 阐仲元. 电动力学教程 [M]. 北京: 人民教育出版社, 1979.
- [2] 张三慧. 大学物理 (第二册) [M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.