

On the application of the strategy of copying assets in the teaching of Financial Mathematics

He Wei

Heilongjiang University of Finance and Economics, Harbin

Abstract: Financial mathematics is a new frontier subject in recent years. It uses mathematical tools to study and analyze the theories and phenomena in finance, establishes the corresponding mathematical model, and carries out quantitative analysis such as theoretical analysis and numerical calculation, so as to find the internal laws of Finance and guide practice. In the process of financial mathematics teaching, teachers must consider the applicability and effectiveness of mathematical tools. In the proof of some propositions, the ingenious use of the strategy of copying asset portfolio can simplify the difficulty of financial mathematics teaching, make the process of proof more complex and concise, and achieve the teaching effect of making the difficult easy.

Key words: Financial mathematics; Copying assets; No arbitrage principle

Received: 2020-01-22; Accepted: 2020-02-06; Published: 2020-02-08

金融数学课程教学中复制资产策略的应用探析

何 巍

黑龙江财经学院，哈尔滨

邮箱: hw1987@126.com

摘 要: 金融数学是近年来新兴的一门前沿学科，它利用数学工具对金融学中的理论和现象进行研究和分析，建立相应的数学模型，从而进行理论分析和数值计算等定量分析，以求找到金融学内在的规律并用以指导实践。在金融数学教学过程中，任课教师必须考虑数学工具的适用性和有效性。在一些命题的证明中，巧妙地使用复制资产组合策略，能够简化金融数学教学的难度，使得证明过程化复杂为简明，达到化难为易的教学效果。

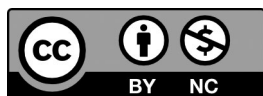
关键词: 金融数学；复制资产；无套利原理

收稿日期：2020-01-22；录用日期：2020-02-06；发表日期：2020-02-08

Copyright © 2019 by author(s) and SciScan Publishing Limited

This article is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>



1 金融数学

随着金融业的蓬勃发展,社会对金融人才的需求不断增加。随着国内金融业逐渐与国际接轨,经营手段日趋现代化,各种金融创新层出不穷,各种金融活动涉及到代数、微积分、线性规划、概率论、统计学、离散数学、随机数学等大量数学知识。现代金融业的发展对金融工作者的数学水平提出了较高要求。为适应社会需要提高金融人才的数学水平,一些高等院校开设了《金融数学》课程。

金融数学是近十年多来新兴的一门边缘学科。目前在世界上它发展非常迅速,已成为十分活跃的前沿学科之一,在国际金融界和应用数学界受到高度重视。

自1973年出现Black-Scholes公式以来,金融界以前所未有的速度接受数学模型和数学工具,于是出现了数学、金融、计算机和全球经济的融合。

金融数学的发展曾两次引发了“华尔街革命”。在1952年,马科威茨发表了博士论文《投资组合管理》,第一次明确地用数学工具给出了在一定风险水平下按不同比例投资多种证券收益可能最大的投资方法。

此理论开创了金融数学理论研究的先河,从而引发了第一次“华尔街革命”。

他因此荣获了1990年诺贝尔经济学奖。1973年,布莱克和斯科尔斯用数学方法给出了期权定价公式——Black-Scholes公式,推动了期权交易业务的发展,使得期权交易很快成为世界金融市场的主要内容,成为第二次“华尔街革命”。同样,1997年诺贝尔经济学奖授予默顿和斯科尔斯,以奖励他们和布莱克在确定衍生证券价值方法方面的贡献。正是两次“革命”,奠定了金融数学这门新学科的基础,金融数学的主流研究方向就是以这些获奖工作为基础的。

金融数学是利用数学工具对金融学中的理论和现象进行研究和分析,建立相应的数学模型,从而进行理论分析和数值计算等定量分析,以求找到金融学内在的规律并用以指导实践。金融数学也可以理解为现代数学与计算技术在金融领域的应用。金融数学研究的核心内容是不确定环境下的最优投资策略的选

择理论和衍生产品定价理论。

2 资产组合

指投资者持有的一组资产。一个资产多元化的投资组合通常会包含股票、债券、货币市场资产、现金以及实物资产如黄金等。现代金融市场的发展速度令人叹为观止。

市场制度允许资产组合可以像一项资产一样在到期日之前进行交易。事实上,某人可以在任何时间购买这种合约同时支付一部分现金,这相当于购买一个单位的投资组合,同样,投资者也可以卖空投资组合。

3 复制资产策略在金融数学教学中的具体应用

例如:期权定价中的著名公式——欧式看涨期权与看跌期权平价公式 $c + Ke^{-rT} = p + S_0$ 。

组合 A: 一个欧式看涨期权加上数量为 Ke^{-rT} 的现金;

组合 B: 一个欧式看跌期权加上一只股票。

在组合 A 中, 如果将现金按无风险利率进行投资, 在 T 时刻将变为 K。在时间 T, 如果 $S_T > K$, 投资者行使看涨期权, 组合 A 的价值为 $S_T - K + K = S_T$; 如果 $S_T < K$, 期权到期时价值为零, 这时组合 A 的价值为 K, 因此在 T 时刻, 组合 A 的价值为 $\max(S_T, K)$, 同理, 组合 B 中, 在时间 T, 如果 $S_T > K$, 期权价值为零, 组合 B 的价值为 S_T ; 如果 $S_T < K$, 看跌期权会得到执行, 其价值为 K, 因此, 在 T 时刻组合 B 的价值也为 $\max(S_T, K)$ 。由于组合 A 及组合 B 中的期权均为欧式期权, 在到期之前均不能行使, 因此在今天必须有同等的价值, 即 $c + Ke^{-rT} = p + S_0$ 。

再如:

单期二叉树模型中, 衍生产品的定价公式 $V_0 = aS_0 - (aS_u - u)e^{-rT}$ 。

组合 A: a 单位的股票和 b 单位的债券;

组合 B: 一单位衍生产品。

组合 A 在时间 $t=0$ 的价值为 $\Pi_0 = aS_0 + b$, 在 $t=T$ 时的价值为: 股票上升状态

$\Pi_T = aS_u + be^{rT}$, 下降状态 $\Pi_T = aS_d + be^{rT}$, 我们令 $aS_u + be^{rT} = U$, $aS_d + be^{rT} = D$

即 $a = (U - D) / (S_u - S_d)$, $b = [U - (U - D) S_d / (S_u - S_d)] e^{-rT}$

因此, 组合 A 的价值和组合 B 的价值一致, 即两资产组合在时间 $t=T$ 有相同的价值, 由无套利原理, 它们在今天的价值也必须相同, 即 $V_0 = aS_0 + b = aS_0 - (aS_u - U) e^{-rT}$ 。

4 结论

在金融数学教学过程中, 为了学生在有限的学时内掌握理解问题及分析问题的能力, 任课教师必须考虑数学工具的适用性和有效性。

上面的例子说明, 在一些命题的证明中, 巧妙地使用复制资产组合策略, 能够简化金融数学教学的难度, 使得证明过程化复杂为简明, 达到化难为易的教学效果。

参考文献

- [1] Joseph Stampfli, Victor Goodman. 金融数学 [M]. 蔡明超, 译. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [2] John C. Hull. 期权、期货及其他衍生产品 [M]. 王勇, 索吾林, 译. 北京: 机械工业出版社, 2009.
- [3] 陈信华. 金融衍生工具——定价原理、运作机制及实际运用 [M]. 上海: 上海财经大学出版社, 2004.