理论数学前沿
2020 年 6 月第 2 卷第 2 期

Teaching Experience of Subsection Function

Xie Yuan

Ji'an No.2 Middle School, Ji'an

Abstract: Segmented function is a difficult point in function teaching, but if teachers are good at infiltrating segmented function into function teaching, they can not only make students have a deeper understanding of segmented function, but also broaden students' understanding of the concept of function and the monotony, parity and periodicity of function.

Key words: Function; Subsection function; Teaching function

Received: 2020-04-17; Accepted: 2020-05-02; Published: 2020-05-04

分段函数教学体会

谢 原

吉安市第二中学，吉安

邮箱：xiey.87@163.com

文章引用：谢原．分段函数教学体会［J］．理论数学前沿，2020，2（2）：37-42．
https://doi.org/10.35534/tms.0202006

摘　要：分段函数在函数教学中是个难点，但如果教师善于将分段函数渗透在函数教学中，不仅能使学生对分段函数有更深的理解，同时也能拓宽学生对函数概念以及函数的单调性、奇偶性、周期性的认识。

关键词：函数；分段函数；教学功能

收稿日期：2020-04-17；录用日期：2020-05-02；发表日期：2020-05-04

笔者多年的函数教学发现，分段函数在高中教学中是个难点，这和分段函数本身的特点有很大关系。与一般的函数相比，分段函数具有多个对应法则，这决定着它在图象以及有关

性质上比一般函数具有更加复杂的特点。同时，在函数的教学中，教师往往忽略分段函数的举例，教材对分段函数内容的安排也少之又少，这必然使得一部分学生对分段函数的问题感到困难重重。笔者结合自己多年的教学发现，如果我们教师善于将分段函数渗透在函数教学中，不仅能使学生对分段函数有更深的理解，同时也能使学生对函数概念及本质的理解更加深入。以下仅举几个例子，供同行参考。

1　利用分段函数加深学生对函数概念本质的理解

例 1　画出定义域为 $\{x \mid -3 \leqslant x \leqslant 8，且 x \neq 5\}$，值域为 $\{y \mid -1 \leqslant y \leqslant 2, y \neq 0\}$ 的一个函数的图像。

（1）如果平面直角坐标系中点 $P(x, y)$ 的坐标满足 $-3 \leqslant x \leqslant 8$，$-1 \leqslant y \leqslant 2$，那么其中哪些点不能在图像上？

（2）将你的图像和其他同学的相比较，有什么差别吗？

错解：

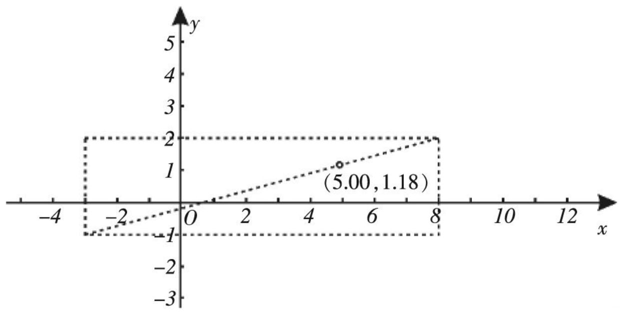

图1

正解（举出其中一个）如图 2：

教学功能：本题是一个开放题，图像的画法不止一种。通过本题的教学，学生认识了分段函数的图像，并且对函数的概念形成了更加清晰、深刻、全面、正确的认识。

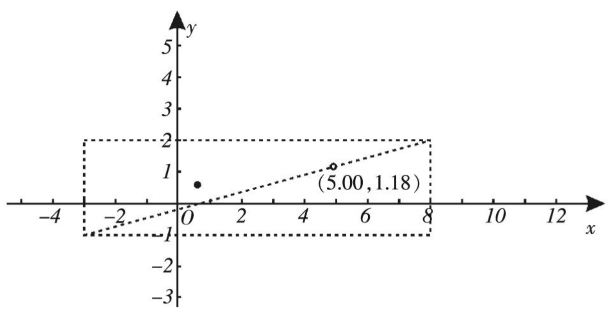

图2

2　利用分段函数加深学生对函数单调性的理解

函数单调性是学生进入高中以来学习的第一个用数学符号表达的形式化定义。从多年教学中笔者发现，很大一部分学生对函数单调性的理解仅仅停留在图像直观上的表面理解，而对单调性的定义往往理解不深刻；教师对单调性定义的教学挖掘也不够深入，从而导致学生在单调性的问题上出现的错误也比较

多。例如，在讲解这一部分内容时，笔者举了一个例子。

例 2　函数$f(x)=\begin{cases}x, x\in(-1,1),\\ 2, x=1\end{cases}$是单调函数吗？请证明你的结论。

解析　设 x_1，$x_2\in(-1, 1]$ 且 $x_1<x_2$，

若 $x_2\neq 1$，则 $f(x_1)-f(x_2)=x_1-x_2<0$；

若 $x_2=1$，则 $f(x_1)-f(x_2)=x_1-2<0$，

即 $f(x_1)<f(x_2)$，

所以 $f(x)$ 在 $(-1, 1]$ 上是单调增函数。

教学功能：学生在学习函数单调性这一部分内容时，习惯于从图像上直观判断其单调特性，往往主观地认为某区间上的单调函数的图像应该是连续的。教师在选例时也常常是连续函数，并且强调诸如$f(x)=\dfrac{1}{x}$在 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, +\infty)$ 上是单调减函数，但不能说其在 R 上是单调函数，这就使学生更坚定了某区间上的单调函数一定是连续函数这一误解。因此笔者添加了这一分段函数的例子说明某区间的单调函数并非一定是连续的，并且通过此例，使学生对函数单调性这一符号化定义的理解更加深入、透彻。

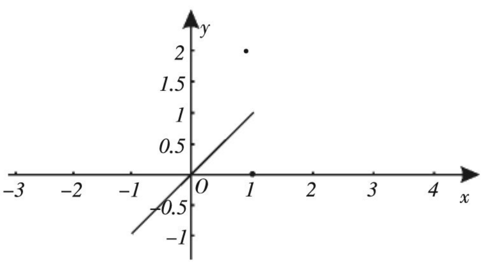

图3

3　利用分段函数加深学生对函数奇偶性的理解

例 3　定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 同时满足：

(1) $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调递增；

(2) $f(1)=0$；

解不等式 $(x-1)f(x)>0$。

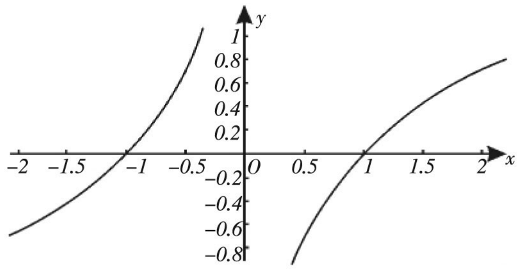

图4

教学功能：在函数奇偶性的教学中，教师往往重视基本初等函数的奇偶性的教学，而对分段函数提及得比较少，因此造成学生对函数奇偶性的了解非常肤浅。在本题的教学中，笔者发现很多学生认为满足条件的函数根本不存在。本题的设计，使学生从分段函数的角度对函数的奇偶性和单调性有一个更全面的理解。

4　利用分段函数加深学生对函数周期性的理解

教材对具有周期性函数的举例，讲到最多的就是三角函数。这往往会给学生一个错觉，认为周期函数就是三角函数，对函数的周期性的理解比较肤浅。针对这种情况，在讲授函数周期性时，笔者举了一个例子。

例 4　函数$f(x)=\begin{cases}1（当x为有理数时）\\0（当x为无理数时）\end{cases}$，是周期函数吗？如果是，它的周期是多少？

解析此函数是周期函数，周期为全体有理数。下证明 T（T 为有理数）是此函数的周期。

若 x 为有理数时，$x+T$ 也为有理数，则 $f(x+T)=f(x)=1$；

若 x 为无理数时，$x+T$ 为无理数，则 $f(x+T)=f(x)=0$。

综上，当 $x\in \mathrm{R}$ 时，恒有 $f(x+T)=f(x)$，所以 T 为此函数的周期。

教学功能：学生一般在判断周期函数时，习惯于通过函数的图像来判断，而此题函数的图像无法画出，这就增加了学生判断的难度。通过此题，让学生加深了对周期函数定义的理解，并且了解了周期函数并不只有三角函数。同时，本题涉及的狄利克雷函数正好与高等数学有了一个很好的衔接，让学生扩大了视野。

https://doi.org/10.35534/tms.0202006

参考文献

[1]李吉宝. 有关函数概念教学的若干问题[J]. 数学教育学报，2003，12(2)：95-98.

[2] 倪馨. 高中数学函数教学中渗透数学思想方法的应用[J]. 数学大世界旬刊，2017(7).