

高斯投影换带复变换安卓系统 App

刘大海^{1,2} 曾鄂春^{1,2} 陈永红² 张 萧²
曾庆桂² 李春云²

1. 深圳市地质局, 深圳;

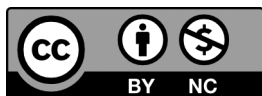
2. 深圳地质建设工程公司, 深圳

摘 要 | 以安卓系统 MFP 计算语言为工具, 以高斯投影复变换为理论基础, 开发了高斯投影换带复变换 App 并制作了安装包 APK, 可直接在智能手机上独立安装使用, 摆脱了野外测绘工作对可编程计算器的依赖。

关键词 | 高斯投影; 复变换; 坐标换带; 安卓系统; App; APK

Copyright © 2021 by author (s) and SciScan Publishing Limited

This article is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>



1 前言

高斯投影坐标换带是经典测绘课题。传统方法是手工查表插值法。20 世纪 80 年代以来, 袖珍计算机及可编程序计算器的使用及测量程序的开发大大提高了野外测绘计算效率。1989 年, 中国测绘学会大地测量专业委员会结集汇编出版了优秀的 PC-1500 测量程序^[1], 内容涉及野外控制测量及高斯投影计算; 90 年代后, 开发了一些 Casio 可编程计算器的高斯投影及坐标换带程序^[2-4]; 本世

通讯作者: 刘大海, 1957-, 汉族, 江西大余人, 大学本科, 教授级高级工程师, 水文地质工程地质专业, 从事勘察测量工作; Email: szldh2005@163.com。

文章引用: 刘大海, 曾鄂春, 陈永红, 等. 高斯投影换带复变换安卓系统 App [J]. 测绘观察, 2021, 3 (4): 177-186.

<https://doi.org/10.35534/go.0304018>

纪初, 边少锋等从代数分析角度研究了高斯投影复变换^[5, 6], 后续者研究了高斯投影复变换的数值方法^[7-10]。高斯投影复变换与实变换相比, 大大提高了投影变换效率。

野外测绘作业, 要求计算工具小型化、袖珍化、功能强、程序编制简单方便。目前野外测绘使用的可编程计算器受限于内存容量, 程序编制时在变量表达及程序容量(步长)上要精细设计与控制, 且不同型号的计算器程序并非兼容。计算程序需要在各自的计算器上手工输入, 程序难以拷贝共享是目前实体可编程计算器的最大缺点。

MFP 计算语言是基于 Java 机开发的计算语言, 是 CYZSoft 公司开发的一款完全免费的安卓系统可编程科学计算器计算语言。MFP 语言与 Basic 极为接近, 语法简单, 但功能远强于 Basic, 支持复数、数组与矩阵、微积分、方程求解、二维及三维图形绘制、公式拍照识别功能、支持自定义函数(子过程)。MFP 语言自 2012 年发布 1.0 版开始, 到目前的最新版本为 1.8 版。一般的字编辑器及代码编辑器都可编辑 MFP 程序。

MFP 计算语言的最大的特点是, App 程序可在安装有 Java 的 PC 机上编制、调试与运行, 然后将其拷贝到安卓系统可编程科学计算器上运行。更方便的是, MFP 应用创建的安装包 APK 是独立的, 不依赖于安卓系统可编程科学计算器, 可直接发布、共享或拷贝到手机上安装使用。这一特点, 极大地满足了野外测绘对计算工具袖珍化及测绘程序共享的需求, 摆脱对实体可编程计算器的依赖。

本文以安卓系统 MFP 语言为工具, 以高斯投影复变换为理论基础, 编制了高斯投影换带 App, 创建了应用安装包 APK。

2 高斯投影换带原理

椭圆的高斯投影变换, 采用高斯投影复变换更为方便快捷^[6, 7], 转换效率远高于高斯投影实变换。作为间接换带法, 是以大地坐标(B, L)作为换带桥梁, 其坐标换带分 2 步实现: (1) 高斯投影反变换, 由 L_0 投影带的平面直角坐标(x, y)转换为大地坐标(B, L); (2) 高斯投影正变换, 由大地坐标(B, L)转换为新投影带 L_{0n} 的平面直角坐标(x_n, y_n):

$$(L_0, x, y) \xrightarrow{\text{反变换}} (B, L) \xrightarrow{\text{正变换}} (L_{0n}, x_n, y_n)$$

2.1 高斯投影复变换原理

在实数域中，高斯投影变换的等量纬度 q 及中央子午线弧长 X 为^[6, 7]：

$$q=q(B)=\operatorname{arctanh}(\sin B)-e \cdot \operatorname{arctanh}(e \cdot \sin B) \quad (1)$$

$$X=X(B)=a \cdot\left(1-e^2\right) \cdot \int_0^B\left(1-e^2 \cdot(\sin t)^2\right)^{-\frac{3}{2}} d t \quad (2)$$

其中 B 为椭球实纬度， e, a 为椭球参数。

目前我国采用的椭球有 1940 克拉索夫斯基椭球（BJ54 坐标系）、1975 国际椭球（西安 80 坐标系）、WGS84 椭球（GPS 坐标系）及 CGCS2000 椭球（2000 中国大地坐标系）。各椭球参数见表 1^[11]。

表 1 地球椭球几何参数表

Table 1 Geometric parameters of earth ellipsoid

椭球	椭球长轴 a/m	椭球扁率 α
1940 克拉索夫斯基椭球（BJ54 坐标系）	6378245	1/298.3
1975 国际椭球（西安 80 坐标系）	6378140	1/298.257
WGS84 椭球（GPS 坐标系）	6378137	1/298.257223563
CGCS2000 椭球（2000 中国大地坐标系）	6378137	1/298.257222101

引入复数：

$$w=q+i \cdot d l \quad (3)$$

$$z=x+i \cdot y \quad (4)$$

则高斯投影正算复变换为：

$$z=f(w)=x(q, d l)+i \cdot y(q, d l) \quad (5)$$

其反算复变换为：

$$w=f^{-1}(z)=q(x, y)+i \cdot d l(x, y) \quad (6)$$

式中 q 为等量纬度， $d l$ 为径差

现将高斯投影式（1）及式（2）中的实纬度 B 向复纬度 B 进行开拓，则有：

$$\text{正变换：} z=f(w)=X(B)$$

$$\text{即: } z=x+i \cdot y=a \cdot (1-e^2) \cdot F(B) \quad (7)$$

$$\text{反变换: } w=f^{-1}(z)=q(B)$$

$$\text{即: } w=q+i \cdot dl=\operatorname{arctanh}(\sin B)-e \cdot \operatorname{arctanh}(e \cdot \sin B) \quad (8)$$

被积函数 $f(t)$ 及复积分 $F(B)$ 为:

$$f(t)=(1-e^2 \cdot (\sin t)^2)^{-\frac{3}{2}} \quad (9)$$

$$F(B)=\int_0^B f(t) dt \quad (10)$$

根据文献^[6], 得到 $F(B)$ 的级数展开式:

$$F(B)=a_0 \cdot B+a_2 \cdot \sin(2B)+a_4 \cdot \sin(4B)+a_6 \cdot \sin(6B)+a_8 \cdot \sin(8B) \quad (11)$$

其中:

$$a_0=1+\frac{3}{4} \cdot e^2+\frac{45}{64} \cdot e^4+\frac{175}{256} \cdot e^6+\frac{11025}{16384} \cdot e^8 \quad (12-1)$$

$$a_2=-\left(\frac{3}{8} \cdot e^2+\frac{15}{32} \cdot e^4+\frac{525}{1024} \cdot e^6+\frac{2205}{4096} \cdot e^8\right) \quad (12-2)$$

$$a_4=\frac{15}{256} \cdot e^4+\frac{105}{1024} \cdot e^6+\frac{2205}{16384} \cdot e^8 \quad (12-3)$$

$$a_6=-\left(\frac{35}{3072} \cdot e^6+\frac{105}{4096} \cdot e^8\right) \quad (12-4)$$

$$a_8=\frac{315}{131072} \cdot e^8 \quad (12-5)$$

2.2 高斯投影反变换

根据直角坐标 (x, y) , 由式 (7)、(11)、(12) 可得到解算复纬度 Bc 的迭代式:

$$Bc=\frac{1}{a_0} \cdot \left\{ \frac{x+y \cdot i}{a \cdot (1-e^2)} - \left[a_2 \cdot \sin(2Bc)+a_4 \cdot \sin(4Bc)+a_6 \cdot \sin(6Bc)+a_8 \cdot \sin(8Bc) \right] \right\} \quad (13)$$

上式迭代式收敛速度相当快, 其迭代初值可设置为 $Bc=0$, 收敛精度可设置为 $\varepsilon=10^{-15}$ 。

由于:

$$wc=\operatorname{arctanh}(\sin Bc)-e \cdot \operatorname{arctanh}(e \cdot \sin Bc) \quad (14)$$

$$q=\operatorname{Real}(wc) \quad (15)$$

$$dl=\operatorname{Image}(wc) \quad (16)$$

$$L=L_0+dl \quad (17)$$

根据式 (8), 由 wc 求解实数纬度 B , 可用下式迭代计算:

$$B = \arcsin \{ \tanh [e \cdot \operatorname{arctanh} (e \cdot \sin B) + \operatorname{Real} (wc)] \} \quad (18)$$

上式迭代式收敛速度同样很快, 其迭代初值可设置为 $B=0$, 收敛精度可设置为 $\varepsilon=10^{-15}$ 。

2.3 高斯投影正变换

换带后:

$$dl_n = L - L_{0n} \quad (19)$$

$$wc_n = q + i \cdot dl_n \quad (20)$$

同样, 由式 (8), 换带后的新带复纬度 Bc_n 可由下式迭代式解算:

$$Bc_n = \arcsin \{ \tanh [e \cdot \operatorname{arctanh} (e \cdot \sin Bc_n) + wc_n] \} \quad (21)$$

其迭代初值可设置为 $Bc_n=0$, 收敛精度可设置为 $\varepsilon=10^{-15}$ 。

解算出新带复纬度 Bc_n 后, 就可直接计算新带的直角坐标 (x_n, y_n) :

$$z_n = a \cdot (1 - e^2) \cdot [a_2 \cdot \sin(2Bc_n) + a_4 \cdot \sin(4Bc_n) + a_6 \cdot \sin(6Bc_n) + a_8 \cdot \sin(8Bc_n)] = x_n + i \cdot y_n \quad (22)$$

含常数 500000 的坐标 z_{n5} 为:

$$z_{n5} = z_n + i \cdot 500000 \quad (23)$$

3 安卓系统的坐标换带 App

3.1 可编程科学计算器的安装

可编程科学计算器, 可在酷安网上免费下载, 目前的版本为 1.8 版, 软件大小为 128.4M。手机下载后可直接安装; PC 机需预安装 Java 后才能安装。Java 机建议下载 jdk-8u66-windows-i586.exe 版本。该版本 Java 机, 笔者在 WIN XP、WIN 7、WIN 10 上均安装成功。

手机上, 可编程科学计算器的安装位置为:

内存卡 \Android\data\com.cyzapps.anMath\files\AnMath。文件夹 AnMath 是计算器的安装目录, 该目录有计算器执行文件 JMathCmd.jar 及脚本文件夹 scripts。

编制好的 MFP 脚本文件可拷贝至 scripts 文件夹。建议在手机上首次启动计算器时, 点击“在电脑上运行”菜单图标按钮。

PC 机上, 安装 Java 后要对系统环境变量 JAVA_HOME、Path、CLASSPATH 进行设置。如能运行 Java、Javac 命令, 则 Java 安装成功, 否则重新安装。手机与 PC 机连接后, 可将手机上的 AnMath 文件夹拷贝到 PC 机上, 双击 JMathCmd.jar 就可启动可编程科学计算器。

科学计算器在手机及 PC 机上的启动页面不同, 见图 1。



图 1a 手机启动页面

Figure 1a Mobile phone startup page

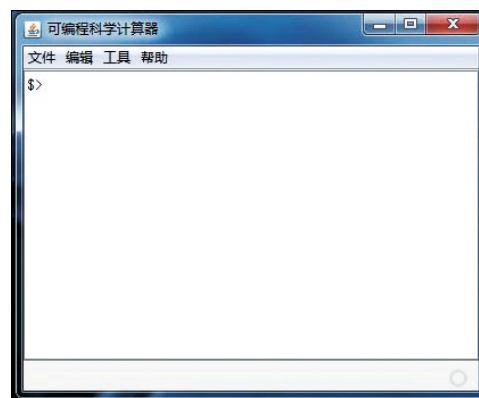


图 1b PC 启动页面

Figure 1b PC startup page

3.2 坐标换带 App 安装包 APK

坐标换带 App 除用可编程科学计算器运行外, 还可创建坐标换带安装包 APK (4.79MB)。安装 APK 包后就可进行独立换带计算, 不依赖于安卓系统可编程科学计算器。

3.3 坐标换带计算

坐标换带计算有 2 种方法: (1) 启动 zbhd.apk 安装的 App; 如安装了“可编程科学计算器”, 可用命令提示符方式运行 zbhd () 函数。推荐使用前者,

方便简单，不依赖计算器。启动后屏幕显示：

ellipsoid parameter menu:

k=1. BJ54 2.XiAn80

k=3. WGS84 4.CGCS2000

k=

菜单提示键盘响应，输入椭球参数类别（1-4）。

（2）屏幕陆续提示键盘响应，输入相关参数值：

L0（deg）=

L0n（deg）=

x=

y=

响应输入参数值后（y 为不含 500000 的坐标值），迅即得到换带计算结果：

xn=

yn5=

B=

L=

B，L 显示结果为 Deg，min，sec。

4 坐标换带实例

换带实例选自 4 本经典教课书（北京 54 坐标系）^[11-14]。文献换带结果及本文 MFP 换带结果见表 2。MFP 坐标换算精度 <0.1 mm，经纬度换算精度 <0.000001”。

表 2 坐标换带计算表

Table 2 Calculation of coordinate zone change

文献	实例	参数	文献原带值	参数	文献换带值	MFP 换带值
[11] p194	1	x	1944359.6070	xn	1943076.2980	1943076.2989
		y	240455.4563	yn	-78087.2221	-78087.2222
		y5		yn5		421912.7778
		L0	117	B	17° 33' 55.7338"	17° 33' 55.733834"
		L0n	120	L	119° 15' 52.1159"	119° 15' 52.115896"

续表

文献	实例	参数	文献原带值	参数	文献换带值	MFP 换带值
[12] p194	2	x	3326907.810	xn	3328790.507	3328790.5076
		y		yn	-325318.540	-325318.5405
		y5	753547.620	yn5		174681.4595
		L0	111	B	30° 2'	4.166822"
		L0n	117	L	113° 37'	41.563430"
[13] p275	3	x	5590641.590	xn	5590994.861	5590994.8602
		y	-208865.790	yn	217612.990	217612.9908
		y5		yn5		717612.9908
		L0	117	B	50° 24' 34.763"	50° 24' 34.763051"
		L0n	111	L	114° 3' 41.549"	114° 3' 41.549008"
[14] p361	4	x	3613312.86	xn	3610617.011	3610617.0094
		y	236277.21	yn	-45319.503	-45319.5024
		y5		yn5		454680.4976
		L0	111	B	32° 37'	6.947055"
		L0n	114	L	113° 31'	1.683047"

5 结语

野外测量工作对计算工具要求小型化、袖珍化、计算程序共享化。目前实体可编程计算器的计算程序需要在各自的计算器上手工输入, 计算硬件成本较高, 程序难以共享。安卓系统 MFP 计算器, 其功能远远大于目前的实体可编程计算器, 能满足野外测量工作对计算工具及计算精度的要求。

本文开发的 MFP 坐标换带复变换 App, 坐标换带精度 $<0.1 \text{ mm}$, 经纬度换带精度 $<0.000001''$ 。创建的安装包 zbhd.apk 仅 4.79MB, 可公开发布、拷贝、分发与共享。尤其是, 创建的安装包不依赖于安卓系统可编程科学计算器, 可独立安装使用。在安卓智能手机几乎人手一机的今天, 推广应用 MFP 计算可摆脱对实体可编程计算器的依赖, 大量节省计算设备, 大大提高工作效率。

鸣谢

CYZSoft 公司 MFP 软件开发者崔友昕先生对 MFP 计算语言及安卓系统可编程科学计算器的使用给予了热情的指导与帮助, 在此表示衷心的感谢!

参考文献

- [1] 谢希哲. 高斯投影计算 [G]. 中国测绘学会大地测量专业委员会. PC-1500 机优秀测绘计算程序选编. 北京: 测绘出版社, 1989: 25-53.
- [2] 黄林. CASIO_fx_4000P 计算高斯投影程序和方法 [J]. 地矿测绘, 1994 (1): 34-35.
- [3] 刘正才. 菜单式通用高斯投影计算程序 (CASIOfx 4500P) [J]. 北京测绘, 2001 (4): 19-23.
- [4] 杜荣学, 段泓娟, 段计平. fx-4800P 型计算器坐标变换程序 [J]. 地质找矿论丛, 2005, 20 (增刊): 194-195.
- [5] 边少锋, 许江宁. 计算机代数系统与大地测量数学分析 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2004: 107-110.
- [6] 边少锋, 柴洪洲, 金际航. 大地坐标系与大地基准 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2005: 98-102.
- [7] 刘大海. 高斯投影复变换与 Maple 计算机代数系统的实现方法 [J]. 测绘科学, 2011, 36 (3): 136-138.
- [8] 刘大海. 高斯投影复变换的数值计算方法 [J]. 测绘科学技术学报, 2012, 29 (1): 9-11.
- [9] 刘强, 边少锋, 李忠美. 利用复变函数实现高斯换带的方法 [J]. 海军工程大学学报, 2016, 28 (1): 15-19.
- [10] 金立新, 许昌文, 魏桂华. 高斯投影复变函数表示的实数解 [J]. 海洋测绘, 2017, 37 (2): 27-30.
- [11] 孔祥元, 郭际明, 刘宗泉. 大地测量学基础 (第 2 版) [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2010: 100, 194.
- [12] 陈健, 晁定波. 椭球大地测量学 [M]. 武汉: 测绘出版社, 1989: 194-195.
- [13] 熊介. 椭球大地测量学 [M]. 北京: 解放军出版社, 1988: 275.
- [14] 杨启和. 地球投影变换原理与方法 [M]. 北京: 解放军出版社, 1988: 275.

Gauss Projection Band Changing Complex Transformation App in Android System

Liu Dahai^{1,2} Zeng Echun^{1,2} Chen Yonghong² Zhang Xiao²
Zeng Qinggui² Li Chunyun²

1. Shenzhen Geological Bureau, Shenzhen;

2. Shenzhen Geological Construction Engineering Company, Shenzhen

Abstract: With the tool of Android system MFP computing language, and based on the theory of Gauss projection complex transformation, the Gauss projection complex transformation App is developed and the installation package APK is made, which can be directly installed and used on the smartphone independently, and can get rid of the dependence of the field mapping work on the programmable calculator.

Key words: Gauss projection; Complex transformation; Coordinate exchange band; Android system; App; APK