

无限星空，夺最亮眼 ——SJTU-125 全球“科学”问第一题之三思

钱 进

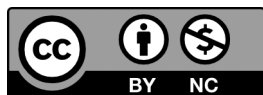
中南财经政法大学，武汉

摘 要 | 本文宣布有两篇论文已经证明“奇偶归一”猜想成真，并把稍后发表这篇的证明内容凝聚，来对照先前发表的一篇旁证其基本脉络正确。因问题出现在对“无穷”的处理上，结合杨哲和罗莫证明哥德巴赫猜想的论文，阐述笔者的思考。在“数分六类，核含两半”的基本事实下，传统的数论问题简化了，辅助理解证明的星象图中，总入口 16 是最亮眼的一颗星。再一次证实“万数”“同而不和”，细微差异加上“无穷无漏”的特性，使得素数如此特别。

关键词 | “奇偶归一”问题； $\Delta \delta$ 数； $E \varepsilon$ 数；无穷矩阵；星座模式；天象图；无穷无漏

Copyright © 2022 by author (s) and SciScan Publishing Limited

This article is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>



1 前言

笔者以在香港“均匀设计 1999 年国际研讨会”期间被“中国数学会均匀设计分会”选为“常务理事”（1999.8–2005.8），加上自己独立证明奇偶归一问题随后在 1 季之内也发表了^[4]的资历，可以负责任地宣告：中国人已经完整而肯定地证明了“克拉兹猜想”。此数学难题，是德国数学家对科拉茨（Lothar

作者简介：钱进，武汉市人，中南财经政法大学，计算机经济信息管理专业，退休教师，E-mail: qjcd_2022@qq.com。 科学研究人员国际唯一学术标识码：ORCID 0000-0001-8201-2360。

文章引用：钱进. 无限星空，夺最亮眼——SJTU-125 全球“科学”问第一题之三思 [J]. 理论数学前沿, 2022, 4 (2) : 52–78.

<https://doi.org/10.35534/tms.0402007>

Collatz) 在 1937 年提出的。由于传颂广远，也被叫作 **3n+1 问题**、角谷猜想、冰雹猜想、叙拉古猜想、特威提斯 (Thwaites) 或者乌拉姆 (Ulam) 猜想、海尔斯通 (Hailstone) 问题、哈塞 (Hasse) 算法问题、卡库塔尼 (Kakutani) 算法问题。

引文 [1] 证明了“奇偶归一”问题，经笔者和主要作者王茂泽交流，反复阅读了 [1] 和后续的“数值验证” [3]，除了“无限矩阵”的定义外，完全认可其正确性，笔者欣喜地向四位作者表示诚挚的祝贺。虽然它的证明过于繁琐，笔者欣慰地感觉到，作者们发现了正整数依据 6 的周期变化，提出了“正整数谱”的理论框架，和引文 [2] 发现的“数核”之类相得益彰。

“奇偶归一”问题被渲染得太难了，“克拉兹问题的特殊之处在于：尽管很容易将这个问题讲清楚，但直到今天仍不能保证这个问题的算法对所有可能的输入都有效，即至今没有人证明对所有的正整数该过程都终止” [5]。发表了 1475 篇论文和专著的匈牙利数学家爱尔特希 (Paul Erdos 1913–1996) 甚至曾说过：“数学还没有成熟到足以解决这样的问题！” [5] 英裔加拿大数学家盖伊 (Richard Guy, 1916–2020) 以一部《数论中未解决的问题》和 300 多篇文章传世，他介绍这一问题，标题竟然是“不要试图去解决这些问题”！ [11] 难，极难，因而试图证明它的论文，受到质疑会是常态，如果不穿一件严丝合缝的成佛袈裟，休想被数学神殿接纳。因为有两篇论文 [1] [4] 独立完成，又经过详实的数字演算检验 [3]，因为都是基于“数分六类，核含两半”的基础数学的基本规律 [2]，每一笔计算，对两篇论文同时有效。差异仅仅前一篇用了“无穷矩阵”，以第四列为中心；后一篇用了线性表，以 $E \varepsilon$ 数为关键。而第四列就是笔者定义的 Δ 数。偶数行 Δ 数除 2 转换到 E 数各行， $(6 \times 2 \cdot k - 2) / 2 = 6 \cdot k - 1$ ；每行 E 数乘 3 加 1 转换到 Δ 数， $3 \times (6 \cdot k - 1) + 1 = 6 \times 3 \cdot k - 2$ 。 Δ 数和 E 数互换，一步跟一步是铁定事实。无论是立足 Δ 数论证，还是立足 E 数论证，一荣俱荣，一损俱损。所以笔者认为，发生错误的概率应该相当小了。不要留下 20 世纪 60 年代、陆家羲痛失“女生散步”著作权的遗憾，“该出手时就出手”。

不久前的 5 月 14 日是王元院士谢世一周年，笔者面对此数论难题，睹物思人，特以辅助证明此问题的一幅彩色天象图作周年悼念，期望能在天上一同闪耀 [4]。图上每个数据，就像一颗颗星星，星星的关联反映了数与数之间的

运算关系。星星的相对位置，划分成星座，便于区分和辨识，展示数学的美。无独有偶，最近，有报道“北京大学八零代数学才子”一连多年，陆续取得国际多种数学大奖，称他们为“群星”。而笔者近两年，发现南方罗莫^[8]、东方杨哲^[7]，西方王茂泽都发表了证明世界数学难题的论文，联想前几年结识的宇文永权先生^[13]及他们北京圈攻坚“1+1”的朋友们，头脑中长久闪现出“东南西北群星闪烁”的图像。上篇本想“集中话题”提起，因时间紧迫，权且割爱，本篇特来补齐。

2 杨哲用裂项 – 盈亏差量法证明 1+1

网上能搜索到杨哲先生的“成果简介”13篇，中国知网上转载的[7]这篇颇有代表性，是来自《知识文库》的“证明哥德巴赫猜想”，他介绍了使用的方法：偶数裂项分析法。设偶数 $2n=n+n=p_1+p_2$ ， $p_1+p_2=(n+s)+(n-d)$ 。 s 是多余叫盈量， d 是不足叫亏量，调整盈亏，使两个新素数的和 $p_1'+p_2'$ 恰好等于 $2n$ 。随后，证明了3条定理：（1）兄弟素数定理：任意一个兄素数 P 总是可以表达为一个弟素数 P' 与一个差量数 K （或 t ）之和；（2）亏素数定理：任意一个亏素数 P_1 总是可以表达为一个大于1的自然数 n 与亏量 d 之差；（3）盈素数定理：任意一个盈素数 P_2 总是可以表达为一个大于1的自然数 n 与盈量 s 之和。用符号简单概括就是：（1）BP： $P=P'+K$ ；（2）DP： $P_1=n-d$ ；（3）SP： $P_2=n+s$ 。然后，例举一些计算，通过调整盈量和差量，达到“盈亏平衡”。即亏素数不亏、盈素数不盈，恰好 $P_1+P_2=2n$ 。全篇思路清晰，步骤连贯。现引用该文一个关于数字100的裂项分析法例题^[7]如下：

偶数裂项分析法的关键是要找到合适的 p_1 ， p_2 ， t 使得以上的等式成立，用以下两种方法寻找 p_1 ， p_2 ， t 比较简便，其中求素数值要用筛法。

最小 t 值法：当 p_1 ， p_2 二素数的大小相近时 t 取得最小值，比如：

$100=50+50=(47+3)+(53-3)=47+53$ （ $t=3$ ， $p_1=47$ ， $p_2=53$ 此时两素数大小相近（——密解^[2]）

最大 t 值法：当 p_1 ， p_2 二素数的大小相远时 t 取得最大值，比如：

$100=50+50=(3+47)+(97-47)=3+97$ （ $t=47$ ， $p_1=3$ ， $p_2=97$ 此时两素数大

小相远（——疏解^[2]）

引文[2]用希腊字母做序号，以 A_α 、 B_β 、 Γ_γ 、 Δ_δ 、 E_ε 、 Z_ζ 分别表示经过模六求余运算，余数为 1 至 5、0 的正整数。其子集合 I_j 的下标 $j=1$ ，即 I_1 ，表示 A 类；…；下标 $j=0$ ，即 I_0 ，是 Z 类。其中，唯有 A 类和 E 类数中存在素数，特设计两列“线性表”存放之，中间另设一列，表示左右两数是否“孪生素数”。P61 [定义 1]^[2] **素数宿集**：如果 $i_1 \in I_1$ 甲（A）类， $i_5 \in I_5$ 戊（E）类，则 $i_1 \equiv 1$ ， $i_5 \equiv 5 \pmod{6}$ ， $\hat{S}=I_1 \cup I_5$ 。[定理 1]^[2] 大于 4 的所有素数即数核，包含在素数宿集 $\hat{S}$ 中。图 1 最左 4 列是其 30 行结构。

1	5	1	7	179	1	181		1	5			1	7	181	188	1
2	11	1	13	173	0			2	11	89	1	2	13	0		
3	17	1	19	167	0			3	17	83	2	3	19	0		
4	23	0			163			4	23			4	0	163		
5	29	1	31		157			5	29	71	3	5	31	157	188	2
6			37	149	1	151		6				6	37	151	188	3
7	41	1	43		0			7	41	59	4	7	43	0		
8	47	0	137	1	139			8	47	53	5	8	0	139		
9	53	0	131	0				9	53	47	6	9	0	0		
10	59	1	61		127			10	59	41	7	10	61	127	188	4
11			67		0			11				11	67	0		
12	71	1	73	113	0			12	71	29	8	12	73	0		
13			79	107	1	109		13		23		13	79	109	188	5
14	83	0	101	1	103			14	83	17	9	14	0	103		
15	89	0			97			15	89	11	10	15	0	97		
16			97	89	0			16		5		16	97	0		
17	101	1	103	83	0							17	103	0	D	
18	107	1	109		79			1	0	0		18	109	79	G	
19	113	0	71	1	73			的	表	示		19	0	73	两	
20					67							20	0	67	列	
21			127	59	1	61		密	解	2		21	127	61	可	
22	131	0	53	0								22	0	0	解	
23	137	1	139	47	0			疏	解	8		23	139	0	Z	
24			0	41	1	43						24	0	43	类	
25	149	1	151		37			共	5	个		25	151	37	偶	
26			157	29	1	31						26	157	31	数	
27			163	23	0							27	163	0	分	
28	167	0	17	1	19			1	8	8		28	0	19	解	
29	173	0	11	1	13			个	仅	5		29	0	13	素	
30	179	1	181	5	1	7		个	解			30	181	7	数	

用数核存储结构分解偶数成素数和

注：正反序表可简易地把偶数分解为两素数之和。

图 1 30 行数核示意

Figure 1 The number of 30 lines is indicated by the kernel

笔者《均匀设计原理及自动实现》P38 指出了 $\hat{S}$ 中数的运算关系：

性质 1：^[2] 如果 $i, j \in I_1$ ，则 $i \times j \in I_1$ ， $i + j \in I_2$ ；

性质 2：^[2] 如果 $k, l \in I_5$ ，则 $k \times l \in I_1$ ， $k + l \in I_4$ ；

性质 3：^[2] 如果 $i \in I_1$ ， $k \in I_5$ ，则 $i \times k \in I_5$ ， $i + k \in I_0$ ；

性质 4: [2] 如果把 I_5 和 I_1 (I_1 从 7 开始) 中的宿集数, 依从小到大并行排成两列, 则序号 k 或 l 与列表中的数 m 或 n , 有如下对应关系:

$$\text{i} \quad m=6 \cdot k-1, \text{ 显然 } m \in I_5; k=(m+1)/6$$

$$\text{ii} \quad n=6 \cdot l+1, \text{ 显然 } n \in I_1; l=(n-1)/6$$

$$\therefore k, l=1, 2, \dots \therefore m, n=5, 7; 11, 13; \dots, \dots$$

其实这些性质, 不仅可以为调整缩小选择范围, 还派生出“两素数和”简易算法。比如三种偶数, B_β 数选 A_α 数, Δ_δ 数在 E_ε 数中选。 Z_ζ 数如果有一个 A 素数, 就在 E 数中选另一个素数; 或者反之, 有了 E 素数, 去 A 数中去选另一个素数。还可以用“数核”结构, 一次性求出给定偶数的所有可能的两素数加数, Z 数可用左数第 4、5 列即 A 顺 E 倒序表求两个加数, 参见图 1。

——该文举例之一 Δ 数 100 的调整, 笔者一次性计算得 5 个解, 第 5 组密解相同, 第 1 组疏解是 11, 89——数核内无 3。注意, 最后一列几乎多一倍的 B 数 188 也仅 5 个解。如此一来, 通篇除了验证一些数字实例外, 难道什么也没有证明? 事实的确如此, 由于偶数的无穷性, “盈亏平衡”法没有给出两个不平衡的素数一定能够调整到“盈亏平衡”的终极理由。 $3n+1$ 问题则不同, 由各类“奇偶归一”运算, 论证它们有升高又降落的内在趋势, 最后必然得到 1。

事实上, 无穷的变化, 神鬼莫测。先来谈谈素数个数, 最近王茂泽团队发表了计算素数个数的论文, 推导出有理表达式, 其实也仅有“理论意义”。其内容包含雅可比 (Jacobi) 符号 $\left(\frac{a}{b}\right)$ 的 $JL(i)$ 函数, 仅在“模 6 余一”和“模 6 余五”时取值 1, 其它全为 0 [2]。

$$\pi(m) = \sum_{i=2}^m JL(i) \cdot F(i) = \sum_{i=2}^m \left(\frac{i}{36}\right) \cdot \left[\frac{(i-1)!+1}{i} - \left[\frac{(i-1)!}{i}\right]\right] \quad (6)$$

所以, 公式 (6) [2] 贯彻了定理 1 [2] 的结论: 在素数宿集中筛选所有素数。 $i=2 \sim m$ 遍历时, 只有当遇到甲数 A_α 和戊数 E_ε 时, 再计算 $F(i)$ 内的阶乘, 如果确实遇到素数, $\pi(m)$ 会自动增 1……笔者根据 [2] 引用加国数论专家 Ribenboim, P 的著作 [10] [2], 在 P21 建议说: “但是, Wilson 这种 (用 $F(i)$) 对素数的刻画方式对于判定 N 的素性没有实际价值, 因为目前没有好的算法来快速计算 N!”, (6)–(8) 式也只有理论上的意义。[10] [2] 建议“要真求 $\pi(m)$ 的值, 不如拿一张“素数表”数数。”笔者在 [9] [2] 中正要建议储存

“一定规模的数核”供给备查。实际需要时，统计存储的素数，时间复杂性仅线性次数就能得到准确值。比如求 $\pi(180)$ 的值，计算行数 $180/6=30$ ，从“数核”线性表中统计 E、A 两列前 30 行不为零的行数，就得到：21+18 (A 列 181 不计) +2， $\pi(180)=41$ 。现在，为下节需要计算 $\pi(1000)$ 的值，检索范围是： $\lfloor (1000/6) \rfloor =166$ ， $\pi_1(1000)=80$ ， $\pi_5(1000)=86$ ， $\pi(1000)=168$ 。但是，如果考虑全部素数 P，由于每个素数可以和自然数一一对应，总数是 n (自然数集合 N 的“基数”)。从素数宿集来讲，前 K 行如果有 2K 个宿集数，就有 6K 个自然数，大于 4 的所有素数包含在 $\hat{S}$ 中，加 2 (加上 2 和 3) 也远远小于 2K。但是，从整个 $\hat{S}$ 来看，总数也是 n 。N、 $\hat{S}$ 、P，三个依次包含的集合一样大，不可思议？

弗朗西斯·斯科特·菲茨杰拉德说过“检验一流智力的标准是头脑中能同时持有两种截然相反的观点，却能够并行不悖”，“这个世界既简单又复杂，既逻辑森严又怪诞不经，既秩序井然又混乱不堪。如我们所见，对基本原理的理解并不能解决这些二元性，反而还会突出并深化它们的影响。如果不把互补性牢记在心，你就无法完整地描述物理现实”^[9]。

互补性这一概念最基本的形式是：“我们从不同的角度思考同一个事物的时候，似乎会发现它同时具有不同的性质，甚至是相互矛盾的性质。互补性是一种对待经验和问题的态度，我觉得这种态度让我大开眼界、受益良多。它真的改变了我的思考方式，并且让我变得更加强大：想象力更加开放，也更加兼收并蓄。”^[9]在下一节，笔者将提供一个反例，一起来说明对于这些无穷无漏的“互补性”思考。

3 罗莫用吉尔布雷斯三角法证明 1+1

[8] 中说明：吉尔布雷斯猜想获证与相邻素数公式快速算法，可找到哥德巴赫猜想的构造性证明。特别强调了“两个相邻素数之差可表所有偶数”的发现，是人类探索素数分布又一个里程碑式的成果。笔者虽然花了很多时间，阅读罗先生的论文，苦于在国外，无法收集到全部——而他的论述颇多，证得的猜想一个接一个，无法窥得全豹，不能在本篇说出个所以然，故而只能做点建议。[2] 为了突出数核中“素数间隙”的特点，特用“定理”形式把切合客观的相邻素数认识固定如下。

【定理 3】^[2]数核区域内，所有同类素数最小距离是 6；异类素数最小距离是 4 或 2。甲素数在前时，后面戊素数的最小距离一定为 4。

严格来说，素宿集中，宿集数也有这特点。这是设计算法操纵“数据结构”时的一个结果，参见图 1 或图 2，不用证明。比如上述甲数在前时，模六余一的结果，后一戊数必须 +4，才能得到模六余五：1+4=5. 下面把孪生素数（p，q）中的 p 叫“小双”，q=p+2 叫“大双”。

【定理 4】^[2]数核区域内，孪生素数的“小双”，必然是戊素数，“大双”必然是甲素数。

①孪生素数定义成熟，不用赘述。网络上，把距离为 4 的素数，又称“②亲戚素数”，把距离为 6 的素数，又称“③两性素数”，因为 Six 在拉丁文中是 Sex。但是，他们不知道图 2 显示数核中的内在原因，笔者特地用一个倒立直角三角形、或称“素数最小距离三角”明确这一点。例如① 11，13；② 13，17；③ 11，17. 上一节的 $\pi_1(1000) = 80(997)$ ， $\pi_5(1000) = 86(983)$ ，也在图 2 左边尾表下面。表内数据，结合 [2] 中 $\pi_1(1000)$ ， $\pi_5(1000)$ 和 $\pi(1000)$ 的曲线图，从纵坐标截取相邻素数的差线段，会有直观认识。

戊素	序	尾	甲素	序	戊素	序	头	甲素	序
		151	907	75	5	1	1	7	1
911	79	152			11	2	2	13	2
		153	919	76	17	3	3	19	3
		154			23	4	4		
929	80	155			29	5	5	31	4
		156	937	77			6	37	5
941	81	157			41	6	7	43	6
947	82	158			47	7	8		
953	83	159			53	8	9		
		160			59	9	10	61	7
		161	967	78	孪生素数				
971	84	162			11		1	3	
977	85	163			素数最小距离三角				
983	86	164			两性素数				
		165	991	79	素数				
		166	997	80	最小				
###	87		1009	81	距离				
千内素数序表尾					三角				
					数形				
					亲戚				
					素数				
					17				

图 2 $\pi(1000)$ 首尾数据

Figure 2 $\pi(1000)$ head and tail data

纵观整个素数，除去一个 3 和 2 的差为 1，因距离都是偶数，2、4、6 或者

加6的一个倍数 $6K$ ， K 反映了中间间隔的合数个数。所以，差值计算从遥远传递到1000之内，再到小素数这端，不是0就是2，与最小的3和2的差1相比较，就是正负1。这个猜想要较长的证明，笔者想不通其中的“堂奥”。宇文永权于2012年2月11日和《人民日报》（海外版）记者、编辑傅振国，在北京通州大运河边对话，谈到对“1+1”问题的最简单证明：已经知道“每3对奇数最多被3筛去2对，每5对奇数，最多被5筛去2对，每7对奇数最多被7筛去2对，同理类推。”逆向思维，“每7对奇数最多被7筛去2对，最少筛剩5对；每5对奇数最多被5筛去2对，最少筛剩3对；每3对奇数最多被3筛去2对，最少筛剩1对。接下来，同理类推到无限大，因为奇素数之差不小于2，所以，被任意大的素数筛剩的奇数对、永远不会少于相邻的较小素数。如果将不小于3的所有奇数都视为素数，就会形成从任意大奇数起连续减2，直至3-2止，最后的结果最少剩1。”（详见<http://blog.sina.com.cn/s/blog>，傅振国的博客。）笔者仅仅提出一个思考，希望大家把无穷远处的可能多想想。根据罗莫定义：无穷是集合中元素无限延伸的性质，无漏是集合中元素连续不缺的性质，大无外，小无内。

而素数有一个性质^[14]：在足够大的地方，自然数集合内可以有连续的合数，要多长就有多长。比如： $n+1, n+2, \dots, n+m-1, n+m$ 共有 m 个连续自然数相乘，乘积用 Π 表示，那么， $\Pi+n+1, \Pi+n+2, \dots, \Pi+n+m-1, \Pi+n+m$ 是连续的 m 个合数，因为每个数有因子 $n+i, i=1, 2, \dots, m-1, m$ 。这个例子只是 N 中存在足够多的合数的一个事实，并非证明。

那么，可以假设，从 X 轴 n 后起，有 m 个合数， $m \geq n$ 。即若 $i \in (n, n+m]$ 则 $i \notin P$ ， P 是素数集合。

1. 当 $n \notin P$ 时， $2n$ 这个偶数就不可能被表示成两个素数之和。

$\therefore$ If $p \in [1, n]$ ，则 $n-p=q-n$ 即 $q=2n-p=n+(n-p) > n, q < 2n \leq m+n$ 。

$\therefore q \in (n, n+m]$ 。

2. 当 $n \in P$ 时，则取 $n+1$ 为对称点， $2n+2=n+(n+2)$ 是密加数对；或 $2n+2=3+(2n-1)$ 是疏加数对。数对中，加数大者，称后元，即 $n+2$ 或 $2n-1 \in (n, n+m]$ ， $n+2$ 在区间前端， $2n-1$ 在区间后端，其余的奇数对的后元全落在疏、密奇数对后元之间，即区间前端和后端之间。故 $2n$ 的后偶，即 $2n+2$ 这个偶数，就不可能被表示成两个素数之和。如果存在一个不能表示成两素数之和的偶数，

则哥德巴赫猜想在 $n \in \mathbb{N}$ 足够大时不成立？！

4 无穷无漏对 $3X+1$ 猜想证明的要求

前言中，笔者说，除了“无限矩阵”的定义外，完全认可引文[1]证明了“奇偶归一”问题的正确性。

“无限矩阵”的定义，不符合数学基础分支“线性代数”学科的定义。矩阵是因求解多元联立线性方程组的需要，整体进行多个数的相同代数运算的工具。最初，矩阵的行列数相差不大，定义了矩阵与单个数、矩阵和矩阵的加减法、乘法和矩阵求逆运算。后来由王湘浩先生的合作者谢邦杰老师，扩充到行数大大多于列数，定义了“高矩阵”，又演绎出一套高矩阵及其分块矩阵的代数运算规则^[6]……只有笔者用到的“线性表”，无论是“队列”“堆栈”或“平面表”，才可以将表中的元素一个个取出来，运算后，再存进去。根据是计算机科学基础分支“数据结构”学科。

那么，可不可以像谢邦杰老师一样创新呢？当然可以，但是不能和数学整体相背离！比如在[1]中，“无限矩阵” $(Z^+)_{\infty \times 6}$ 最后的 ∞ ，即“无穷大”，乘3加1、除2都得 ∞ ，可在the number (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...)的最后，将其他5列变换到第4列 $\infty = \infty$ ，那么，[1] P18 页“Take of C_4 in $(Z^+)_{\infty \times 6}$ ”宣称 $(Z^+)_{\infty \times 4}$ 表示 $(Z^+)_{\infty \times 6}$ 内数据的行号，而不是这些数据的分4列重新排列：the row number (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...)。请看下面该文和[3]先后大同小异示意的转换过程，怎么将这里的最后 ∞ 变换到 $4k-1$ ，然后又变换到“3”呢^[1] P18？

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 16 \\ 22 \\ 28 \\ 34 \\ 40 \\ \dots \\ 6n-2 \\ \dots \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{the row number of } C_4} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ \dots \\ n \\ \dots \end{pmatrix}$$

这是 [3] 比 [1] 多出的部分，采纳了 [4] 疑惑后又确认的意见。确认“(Z⁺)_{∞x4}表示(Z⁺)_{∞x6}内数据的行号，而不是这些数据的分4列重新排列”。

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ \dots \\ n \\ \dots \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{4-column matrix}]{\text{rearrange into a}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 4k-3 & 4k-2 & 4k-1 & 4k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 4k-3 & 4k-2 & 4k-1 & 4k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \\ \dots & \dots \\ 4k-3 & 4k-1 \\ \dots & \dots \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ & 7 \\ & \dots \\ & 4k-1 \\ & \dots \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ & 7 \\ & \dots \\ 4^m j - \frac{4^m - 1}{3} \\ & \dots \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ & 11 \\ & \dots \\ 4^m - \frac{4^m - 1}{3} \\ & \dots \end{pmatrix} \Rightarrow (1 \ 3) \Rightarrow (1)$$

这里引用的确是这两篇文章内的 ∞ 变换，逐步变换，逐步抽出，然后到 $4k-1$ ，最后又变换到“3”…共 ∞ 行，不知能否在有限计算时间内达到 ∞ 步？最后的“1”，不是“奇偶归一”的1，而是第一列第一行留下的“行号”1，反映的是正整数“4”。所以，这是该文的硬伤，涉及基本概念。但是，由于这些证明契合笔者发现的：正整数依据6的周期变化，根据作者团队提出的“正整数谱”的理论框架，和引文[2]发现“数核”所做的证明原理相同，所以，后面第6节将论述肯定的理由。实际上，只要不固守他们“敝帚自珍”创造的“解决无穷问题的工具”：

“To solve it, people must use new powerful tools and ingenious ideas. By doing researches, we find that a special tool can be used to solve it completely, which is a

matrix with infinite rows and six columns in all positive integers arranged in the order of natural numbers, named as an infinite-row-six-column-matrix, denoted as $(Z^+)_{\infty \times 6}$ ” P11^[1], P2-P3^[3]。舍去“无穷矩阵”，重新定义“ n 行 6 列（或 4 列）线性表”，再利用“ $\varepsilon - \delta$ 语言”，在以 x_0 为中心的 $[x_0 - x, x_0 + x]$ 邻域推演（当讨论“正整数”时， $x_0 = \infty$ ，“ $\varepsilon - \delta$ 语言”就是 n 和 k ， N 和 $k+1$ 的规则使用了），从有限拓展到无穷，就可以把这两篇文章修改好。

现在首要的是，维护笔者第一节“可以负责任地宣告：中国人已经完整而肯定地证明了‘克拉兹猜想’。”因为将有一篇“待发表”的论文^[3]，把引文^[4]归于不成功的“迭代”而质疑该文的证明：“we can see from these papers ([4] ~ [7]) that many people limited and stayed on the idea of function iteration. After all, the key is that infinite numerical iteration is quite difficult.”^[3] P2。而引文^[1]又出现毛病，所以，特在下一节，把^[4]内有关证明段落，集中起来，以正视听。（^[4]内有关证明段落是夹杂在对素数、整数“特殊”性质的思考中，比如论述数类和天象图模式中的同异、揭示起伏原因，并例证演算说明。）

5 证明 $3X+1$ 猜想的完整篇

本文用到引文^[2]全部 6 类数， Δ 类是中心，替换“孪生素数”标志放在中间列。仅因 Γ 、 Z 两类关系简单，放在最右边。**素数宿集** $\hat{S}$ （第 1 节有交代，并展示了**数核** 30 行结构，参看图 1 最左 4 列）有如下性质 4 的计算公式。序号 k 或 l 与列表中的数 m 或 n ，有如下对应关系：

$$\text{i} \quad m=6 \cdot k-1, \text{ 显然 } m \in I_5; \quad k=(m+1)/6 \quad (2)$$

$$\text{ii} \quad n=6 \cdot l+1, \text{ 显然 } n \in I_1; \quad l=(n-1)/6 \quad (3)$$

$\therefore k, l=1, 2, \dots \therefore m, n=5, 7; 11, 13; \dots, \dots$ 这里给出 6 类数行数 k 的计算依据。依 $\varepsilon, \delta, \alpha, \beta, \gamma, \zeta$ 排列，对应 k 计算公式为 $(m+1)/6, (m+2)/6, (m-1)/6, (m+4)/6, (m+3)/6, m/6$ 。

5.1 一些概念

【定义1】奇偶归一操作：设 **even** 是偶数集合，**odd** 是奇数集合，对任一正整数 n ，

$$m = \begin{cases} n/2, & \text{if } n \in \text{even}; \\ 3 \times n + 1, & n \in \text{odd}. \end{cases} \text{ 称一次奇偶归一操作，或简称“一次操作”，}$$

操作结果 m 可继续执行奇偶归一操作，叫“递推”。

本文把 $m=n/2$ 或 $3 \times n+1$ 的分支操作记为 $\Gamma_{+\alpha/\beta}$ （表示“ $\times 3+1$ ”或“ $/2$ ”； Γ 、 α 、 β 分别含有数 3、1、2 之意），偶数分支记为 $\Gamma_{/\beta}$ ；奇数分支记为 $\Gamma_{+\alpha}$ 。不引起误会的前提下，也分别简记为 $\Gamma_{\alpha\beta}$ 或 Γ 、 Γ_{β} 、 Γ_{α} 。为了便于大众理解，下面用“ $\rightarrow$ ”表示操作过程。比如： $(2i-1) \in I_1 \cup I_3 \cup I_5$ ，用“ $2i-1 \rightarrow 6i-2$ ”来和 $\Gamma_{\alpha}(2i-1) = 3 \times (2i-1) + 1 = 6i-2$ ($\in I_4$) 相对照。所以 $\Gamma_{\alpha}(2i-1) = 6i-2$ ，表示任何奇数经过“一次操作”转换到 Δ （狄尔达）数类，非常简洁。请注意，又有 $(2i-1) \in \hat{S} \cup I_3$ ， $\hat{S}$ 中数是“不稳定”因素。

【定义2】回归路径：任一正整数 n ，反复执行奇偶归一操作，直到 1，所得中间数字 m 串起形成的链条叫回归路径。1 之前的数字个数称为路径长度或 Path Length (PL)。

在操作符号右上，可用指数表示操作次数，如果任一正整数 n 有 $1 = \Gamma_{\alpha\beta}^{pl} n$ 的关系，就叫 n 是经“检验”过的。每个正整数的路径长度是唯一确定的，是故，两个数的路径长，反映其接近“1”的位置，小者靠前，大者随后。

【定义3】奇偶归一天象图：笔者把一个好像天穹似的图形 the Collatz graph. 加上彩色图形标注，引文 [4] 内叫作 **2r 奇偶归一天象图**（第 6 节有交代，参看图 3）。

【定义4】主路径：一个 2 的幂反复除以 2 形成的链条叫主回归路径，简称主路径。是最速下降路径。

【定义5】速降路径：一个 Γ 数乘以 2 的幂，生成 Z_{ζ} 数串，也可在一段区间内、反复除以 2 形成沿半径的链条。这个链条上的数字组成速降路径。

【定义6】星座模式：天象图中由一段路径形成的星座，有许多数值不同、同样数目、类别的数字，形成的星座彼此形状相似，便抽取其形状特征，概括

为模式。模式有三种：

I. ε 模式，由 Δ 数 - E 数 - Δ 数 2 次操作、3 数组成；例如： $\Delta 142$ ，
71， $\Delta 214$ ，增长到 $3/2$ 。比较： $214 = \Gamma_{\alpha}(\Gamma_{\beta} 142)$ 。形象标识： = $3/2$ 。

II. β 模式，由 Δ 数 - B 数 - Δ 数 2 次操作、3 数组成；例如： $\Delta 160$ ，
80， $\Delta 40$ ，降低到 $1/4$ 。比较： $40 = \Gamma_{\beta}(\Gamma_{\beta} 160) = \Gamma_{\beta} 80 = \Gamma_{\beta}^2 160$ 。形象标识：
 = $1/4$ 。

III. α 模式，由 Δ 数 - B 数 - A 数 - Δ 数 3 次操作、4 数组成；例如：
 $\Delta 124$ ，62，31， $\Delta 94$ ，降到 $3/4$ 。比较： $94 = \Gamma_{\alpha}(\Gamma_{\beta}^2 124)$ 。形象标识： = $3/4$ 。

IV. γ 模式，由 Z 数 - Γ 数 - Δ 数多次操作、3 个以上数组成；例如：
336，168，84，42，21，64。 $2^6 / (2^4 \cdot 21) = 2^2 / 21 \approx 1/5$ ，降低到 $1/5$ 。比较：
 $64 = \Gamma_{\alpha}(\Gamma_{\beta}^4 336)$ 。

从“例如”可见，惟有“ ε 模式”2 次操作后，数值上升到 $3/2$ ，如红色标志。而 β 模式，降低到 $1/4$ ，如绿色标志； α 模式，降到 $3/4$ ，如蓝色标志。 γ 模式总体减小，而且一次“ Γ 数 $\rightarrow$ Δ 数”操作后， Γ 数不复出现，以后路径上的变化，就由 α 模式、 ε 模式确定。

为了表达简洁，又把对模式内数的连串操作合并记为对模式的操作，分别记为 $\Gamma_{M\varepsilon}$ 、 $\Gamma_{M\beta}$ 、 $\Gamma_{M\alpha}$ 、 $\Gamma_{M\gamma}$ ，操作算子后面跟随某类模式的该类数，或者用起始数和终止数；上标注明模式内操作次数。例如： $\Gamma_{M\alpha}^2 71$ ， $\Gamma_{M\beta}^2 80$ ， $\Gamma_{M\alpha}^3 31$ 或 $\Gamma_{M\gamma}^5 21$ ；另有 $\Gamma_{M\beta}^7 512-4$ ， $\Gamma_{M\gamma}^{12} 6144-10 \cdots$

5.2 两个引理

不难证明：

【引理 1】除开 ε 模式或 E 数，其他 5 类正整数及其对应的三类模式，通过“有限次操作”，每个可转换到它前面行、即值比它小的另一个正整数： Δ 数、A 数，或者 E 数。

本节伊始，已经通过引用 [2] 说明了一个正整数表示成 $n = 6 \cdot l + r$ 算式时， n 除 6 的整数部分 l 为 n 在“数核”线性表内的行数，给出了计算公式，余数可

取负值。因为 Γ_β 操作是“折半”，在奇数行“折半”不可能产生“半行”，需要“剥出”一个6和余数相加，实质上就是转换“论域”中数的“类别”。实际操作发现，转换类别随在**4倍中间的偶数行**之前或之后而有区别，特把它们作一定义，便于行文。

【定义7】前后奇数行：偶数行 $4k+2$ 之前的单数行 $4k+1$ 叫**前奇数行**，之后的单数行 $4k+3$ 叫**后奇数行**。

【引理2】如果 E 数 $= \varepsilon_{15}$ 在“数核”线性表的偶数行 l_5 ，通过“有限次操作”，可转换到奇数行。

证明：根据“算术基本定理”，任何正整数可分解成素数因子之积，现把所有奇数因子乘积记 odd ，故而任何偶数一般可设为 $l_5=2^i \times \text{odd}$ ，当 $i=1$ 时， $\varepsilon_{15}=6 \times 2 \times \text{odd}-1$ ， $\Gamma_\beta \Gamma_\alpha \varepsilon_{15}=6 \times 3 \times \text{odd}-1$ ，经过二次 Γ 操作（1次 $\Gamma_\beta \Gamma_\alpha$ 联合操作），转换到奇数行 $3 \times \text{odd}$ 。假设 $i=k-1$ 时，经过 $k-1$ 次 $\Gamma_\beta \Gamma_\alpha$ 操作，从偶数行 $l_5=2^{k-1} \cdot \text{odd}$ ，转换到奇数行 $l_5=3^{k-1} \cdot \text{odd}$ 。则当 $\varepsilon_{15}=6 \times 2 \times 3^{k-1} \cdot \text{odd}-1$ 时， $\Gamma_\alpha \varepsilon_{15}=6 \times 2 \times 3^k \cdot \text{odd}-2$ ， $\Gamma_\beta (\Gamma_\alpha \varepsilon_{15})=6 \times 3^k \cdot \text{odd}-1$ 。即 $i=k$ 时，经过 k 次 $\Gamma_\beta \Gamma_\alpha$ 操作，转换到奇数行 $3^k \cdot \text{odd}$ 。于是，任何一个偶数行上的 E 数，都可转换到奇数行。

例如： $\varepsilon_{267}=\textcolor{red}{1601}-\text{pl}=60$ 的回归路径中，从 $\varepsilon_{32}=\textcolor{red}{191}$ 起到 ε_{243} 一段，给出了非常说明问题一个的案例，实际计算过程如次： $\Gamma_{M\alpha}^4 \textcolor{blue}{1201}$ ， $\Gamma_{M\alpha}^4 \textcolor{blue}{901}$ ， $\Gamma_{M\beta}^3 \textcolor{green}{1352}$ ， $\Gamma_{M\alpha}^4 \textcolor{blue}{169}$ ，到 $\Gamma_{M\alpha}^4 \textcolor{blue}{127}$ ，接着得 Δ 数 $382-\text{pl}=45$ ，遇到连续6个 ε 模式：“ $\Delta 382$ ， $\varepsilon_{32}=\textcolor{red}{191}$ ， $\Delta 574$ ， $\varepsilon_{48}=\textcolor{red}{287}$ ， $\Delta 862$ ， $\varepsilon_{72}=\textcolor{red}{431}$ ， $\Delta 1294$ ， $\varepsilon_{108}=\textcolor{red}{647}$ ， $\Delta 1942$ ， $\varepsilon_{162}=\textcolor{red}{971}$ ， $\Delta 2914$ ， $\varepsilon_{243}=\textcolor{red}{1457}$ ， $\Delta 4372$ ”达到 $\textcolor{red}{E 1601}$ 回归路径上的**最大值**。此后，一连串 α 模式、 β 模式，很快转换到 $\varepsilon_{13}=\textcolor{red}{77}-\text{pl}=22$ 。而 $\textcolor{red}{77}$ 位于前奇数行。通过一个 $\Gamma_{M\beta}^3 \textcolor{green}{116}$ ，进入天象图第18层到 $E \textcolor{red}{29}$ 。回头再审视 ε_{32} ， ε_{48} ， ε_{72} ， ε_{108} ， ε_{162} ， ε_{243} 的行号：分别是 2^5 ， $2^4 \times 3$ ， $2^3 \times 3^2$ ， $2^2 \times 3^3$ ， 2×3^4 ， 3^5 。路径长在递减： $60 \rightarrow 45 \rightarrow 22 \rightarrow 18$ 。

可见，偶数行所含因子2的幂次越大，上升越快。以后直接套公式：由 $2^5 \rightarrow 3^5$ ， $\varepsilon_{1'}=6 \times 3^5 \times 1-1=\textcolor{red}{1457}$ 。

由此可知，取计算的起止，舍弃中间一步一步计算的其他各类数，不影响

E 数最后取值结果，下面奇数行也一样。

5.3 完成证明

注意，依数值大小，即各类数所在行数，由前向后一步一步推导。“数核”3 列线性表扩充到 6 类数一行，证明由表的第一行开始，6 列对应 $6 \cdot k-1, 6 \cdot k-2, 6 \cdot k+1, 6 \cdot k-4, 6 \cdot k-3, 6 \cdot k$; $k=1, 2, \dots$ 。逐行“检验”各数。根据引理 1，各类非 E 数的正整数，可转换到不大于其自身的 Δ 数、A 数。对于每个非 E 数的正整数，假设在后续归一路径上遇到比它小的 E 数是经“检验”过的，则通过有限次“奇偶归一操作”，可转换到 1。因此有：

【定理 1】假设 E 数所在行是经“检验”过的 E 数所在行的下一行，在后续归一路径上遇到的“路径长”比它小的另一个经“检验”过的 E 数之前的各类正整数，通过有限次“奇偶归一操作”，可转换到 1。

本文定理 1 确认之后，仅剩下 ε 模式。而根据引理 2，仅需讨论 E 数在“数核”线性表的奇数行，即专门考虑 l_5 是奇数的情形。设 $E=6 \cdot l_5-1$ ，即 $\Gamma_\alpha E=6 \times 3 \times l_5-2=6 \cdot l_4-2$ ，得 Δ 数， $l_4=3 \times l_5$ 。

【定理 2】对于每个 E 数，连同在后续路径上遇到的“路径长”比它小的另一个 E 数之前的各类数，通过有限次“奇偶归一操作”，可转换到 1。

上面，已经有了许多较小 E 数归一的实例，可假设 $l_5 < k$ 时，即 $\varepsilon_{l_5}=6 \cdot l_5-1$ ， $\Gamma^1 \varepsilon_{l_5}=1$ ，其它各类数也是归一的。现在证明 $l_5=k$ 时， $\Gamma^1 \varepsilon_{l_5}=1$ 。根据 l_5 的特点，有三种继续“操作”结果。

1. 设 E 数在后奇数行，一般可设为 $l_5=4 \cdot i+3$ ，经过 $\Gamma_\beta^2 \Gamma_\alpha$ 三次操作，转换到前跨 $i+1$ 行的 A 数。

$\varepsilon_{l_5}=6 \times (4 \cdot i+3)-1$ ， $\Gamma_\alpha \varepsilon_{l_5}=6 \times (4 \cdot i \times 3+9)-2=6 \times (4 \cdot i \times 3+8)+4$ ， $\varepsilon_{l_5} := \Gamma_\beta^2 \Gamma_\alpha \varepsilon_{l_5}=6 \times (3 \cdot i+2)+1$ 。转换到了 $3 \times i+2$ 行的 A 数，前跨了 $i+1$ 行。 $l_5=3 \times i+2 < 4 \times i+3=k$ 。由假设 $l_5 < k$ 可认定，此 A 数归一，后奇数亦归一。比如： $41 \rightarrow \Delta 124 \rightarrow 62 \rightarrow 31$ ， ε_7 从第 7 行转换到第 5 行 A 数。

2. E 数在前奇数行，一般可设为 $l_5=4 \cdot i+1$ 。又因为 i 的奇偶性，转换结果不同。

(1)再设 $i=2 \times j-1$ 即**奇位**, $l_5=4 \times (2 \cdot j-1)+1=8 \cdot j-3$. $\Gamma_{\alpha} \varepsilon_{l_5}=6 \times (8 \times 3 \cdot j-9)-2=6 \times 8 \times (3 \cdot j-1)-8$, $\Gamma_{\beta}^3 \Gamma_{\alpha} \varepsilon_{l_5}=6 \times (3 \times j-1)-1$, 转换到前跨 $5 \times j-2$ 行、小许多的另一个 E 数, $l_5, <k=l_5$ 。由假设可认定, 此 E 数归一。比如: **2429**— Δ **7288**— $\rightarrow$ **3644**— $\rightarrow$ **1822**— $\rightarrow$ **911**, ε_{405} 从第 405 行转换到第 152 行 E 数。

(2)三设 $i=2 \times j$ 即**偶位**, $l_5=4 \times (2 \cdot j)+1=8 \cdot j+1$. $\Gamma_{\alpha} \varepsilon_{l_5}=6 \times (8 \times 3 \cdot j+3)-2=6 \times 4 \times (2 \times 3 \cdot j+1)-8$, $\Gamma_{\beta}^2 \Gamma_{\alpha} \varepsilon_{l_5}=6 \times (2 \times 3 \cdot j+1)-2$, 转换到前跨 $i=2 \times j$ 行的 Δ 数. $l_5, <k=l_5$ 由假设可认定, 此 Δ 数归一, 前奇数行上的 E 数亦归一。比如: **3077**— Δ **9232**— $\rightarrow$ **4616**— $\rightarrow$ **2308**, ε_{513} 从第 513 行转换到第 385 行 Δ 数。

综合上述 1、2、(1).(2), 共 3 种情况, $l_5=k$ 的 E 数归一, 也就是说每个 E 数可以被验证。【定理 2 证毕】

这里, 没有讨论“奇偶归一”路径中, 出现循环的情况。笔者定义的操作, 在证明过程中, 结果都是向前跨出一个整数, 被转换数和目标数不在同一行, 故而值相异, 不可能出现“循环圈”。是故, “ $4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4$ ”这个回路完全是“画蛇添足”。因为“终极目标”是“归一”。不要求对 1 继续进行“操作”, 继续操作则不符合题意。至此, 通过“数学归纳法”证明, 任何一个确定的正整数 n 通过有限 t 次“奇偶归一操作”, 最后值为 1: $\Gamma_{\alpha \beta}^t n=1 . \Omega$!

6 最亮眼星星的启迪

以后的检验, 尚需了解如下概念:

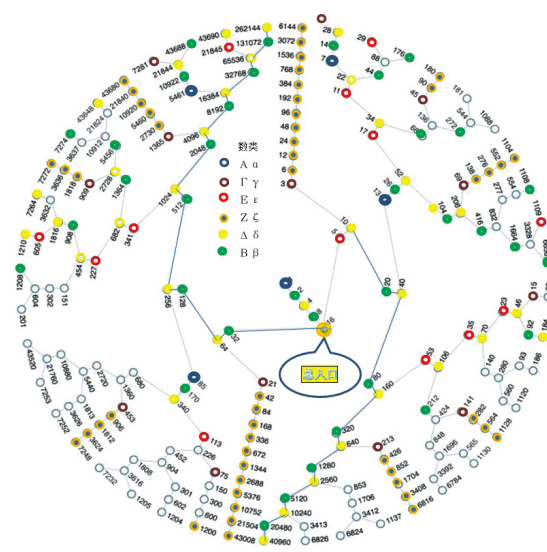
【定义 8】**速降路径入口**: 一个中间数 m 经过“一次操作”, 所得结果数, 处于速降路径上, 则称此结果数是**速降路径入口**, 简称“入口”, 实际是**二叉树**的一根**分叉**。如果这个路径是“主路径”, 则成为“主入口”。

特别指出, **16** 是第一个有奇数归来和其“倍数”形成“**二叉树枝**”2 的幂, 对应星点称之为“**总入口**”。因为 16 以后, 再也没有入口, 任何数要“归一”, 必须在此之前, 找到“主入口”。笔者从网上下载了一段视频, 是一种开放语言编程动态演示从元数 1 开始进行“奇偶归一”逆向操作的过程, 把逆变换所得正整数数字填进圆饼内, 倒数 1、2、 $\cdots$ 、19 终止时, 得到一个好像天穹似的图形, 叫“the Collatz graph^[12]”。笔者再用不同颜色、图案来标记 6 类数字,

得到一幅彩色天象图， $pl=r=18$ （参看图 3）。

【定义 9】**层数**：一个数到图正中“1”的**路径长度**。层数相同（比如 r 层）的数，位于半径为 r 的同一圆周上。

比如 16，在图内“层数”为 4。层数为 1 ~ 4 的圆周上，只有 2、4、8、16 四个 2 的幂，每周只一数。一个 Γ 数乘以 2 的幂 $2^k \cdot \gamma$ 得到 Z 数，在一段区间内、反复除以 2 形成沿半径的链条，6144 从上到下的速降路径，和 43008 的从下向上的速降路径，把星象图分成两个半扇，参看图 3。因为“层数”为 6 有两个 Δ 数。10 逆向二分支左 $\gamma=3$ 、右 20, 3; $\Gamma_{M\gamma}^{12} 3$ ，沿向上的半径发射而不散。64 逆向二分支径向左 $\gamma=21$ 、右 128; $\Gamma_{M\gamma}^{12} 21$ ，向下发射而不散。等到“层数”为 8，又有两个 Δ 数。东扇 40 逆向二分支左 13 右 80，西扇 256 逆向二分支径向左 85 右 512，才把右半扇分成东北、东南，把左半扇分成西南、西北，共四方天穹。



注：用彩色、图符标注，中间 6 个不同标注符号依次从上向下表示 α ， β ， γ ， δ ， ϵ ， ζ 6 类数。

图 3 奇偶归一天象图

Figure 3 The Collatz graph colored, $r=18$

而 2 的幂 2^k “主路径”从向西转向北延伸， $2^k \times 10$ 形成的次“主路径”，

从向东转向南延伸。可见，西半扇的 **E 数**，不可能通过 $\varepsilon_1=5$ 归一。必须找主入口，这是许多国外发表的论文已做过的工作。而 [1] [4] 两篇论文用 Δ 数就概括了所有这些俱有**速降**特征的数。特别值得强调：[1] 这篇论文，思路乃证明所有正整数可以转换成第4列 Δ 数，所有 Δ 数又可以从偶数行转换到奇数行，奇数行所有 Δ 数又可以转换到第3行。而正整数区域“4列3行”正整数“16”，无论来路东南西北，是所有数的**总入口**！这就是天象图最亮的星星（尽管有一点要割去的小尾巴“1”，表现了“正整数数谱”尚需磨练成熟），直面益普西陇数 **5、341、21845**，伽马数 **21、1365、87381**，阿尔法数 **85、910**，轮番奔向主路径入口 **16、64、256、1024、4096、16354、65536、262144**，这颗亮眼的星星，洗练直观、海纳百川，无碍地照耀着解决了“ $3X+1$ 猜想”。

王茂泽谈到证明此猜想对自己的启迪，“五是除了专家、权威之外，其它的人可以解决世界难题，从而成为专家、权威”，他的认识符合麦顿的思想。

约翰·麦顿是加拿大数学家、数学教育家和作家和 JUMP MATH 的创始人，JUMP MATH 是一个致力于帮助人们发挥其数学潜力的公益机构。约翰·麦顿拥有五个荣誉博士学位，曾荣获加拿大勋章，他是菲尔兹数学科学研究所的研究员，曾在多伦多大学教授数学。约翰·麦顿在 [10] 中从为什么数学可以有效改善我们的生活讲起，带领读者重新思考曾经的所学，为何到后来数学变成了大多数人的痛？因为人们普遍认为数学天赋是一种罕见的遗传天赋。这种认识假设催生了一种信念的迷思，造成了学生在数学方面成绩低下，也导致许多小学教师普遍存在极大的数学焦虑。他指出：数学不是只有少数智力出众的人才能掌握的专业技能，每个人都有数学天赋，数学是一种人人都能够且应该会使用的认知工具。但事实上，我们生活在一个大多数成年人都没有掌握数学这一认知工具的世界。我们容忍学生在数学成绩上有巨大差距，甚至预设他们会在数学上表现出差异，并以此来评判一个人聪明与否。他警告说，这种学习差距是不必要的、危险的和可悲的，它导致我们陷入“智力上的贫困”。20 年来，他深入课堂内外，将认知研究成果与渐进式学习方法相结合，制定了发掘数学潜力的方法，结合自己的学习与教学经验，总结出“结构化探究”的方法来学习与教授数学，并希望以数学为起点，为推动社会公平发展做出贡献。

麦顿还认为，数学是一种常识，是人人可以拥有的思考能力。但由于人们对数学的误解，多数人从来没有机会看到自己的数学天分。他们没有遇到相信自己的老师，被对智力的偏见困扰，过早放弃了对数学的兴趣。他将证明任何人都能力在数学上取得高成就视为一生的工作。“对你我来说，学习基础数学，更多的是学会如何看出模式、如何进行逻辑和系统的思考、如何进行类比、如何感知风险、如何理解因果关系等关键技能。”我们周围的世界变得越复杂，我们就越需要数学这种强大的认知工具，**需要拥有化繁为简的数学思考能力**，这样才能更理性和系统地评估风险，为我们的生活、社会做出更好的决策。

事实上，急于求成的社会现实，加剧了数学被隔离的状况。20 世纪 50-60 年代，武汉的数学和北京、上海三足鼎立，可现如今，从报备创建“新一流”课程看，湖北没有哪一所高校有“数学”学科。而湖南有“中南大学”和“湘潭大学”，广东有“中山大学”报备数学学科创建新一流。如果联系武汉有着和北京“中关村”齐名的“东湖新技术开发区”，全国数一数二的上规模的“高新技术开发区”，近年又提出什么“东湖科学城建设”全面启动……早有中科院数学物理学部报告说，所谓“高科技”实质上是数学的应用，岂非反差放大？

早有智囊针对目前“科技”在国家专业报刊提出过：“科学技术对于中国来说，可能迄今主要作用还是培养可以山寨国外成果的人员，科学在中国产生的原创性工作不多，能够直接支撑产业的不多。但是，如果我们希望有朝一日走在世界前列，必需科学技术支撑的原创性工作。”人家做发明，你来分配，天底下恐怕没有这般好事。如果你的产出不能超过西方，难以想象你能够单纯通过商业模式的变更，或者分配方式的技巧实现所谓“弯道超车”走到前列。只有产出强了，你才有分配的主导权……而“产出的领先，必需科学和技术支撑的原创性成果！”

如果朱九思不死、刘道玉不退，能造成如此尴尬局面吗？遥想当年，听说“数理逻辑”对计算机科学发展非常重要，朱院长马上要“华工计算机软件教研室主任”带几位骨干教师到“华工数学教研室”展开“数理逻辑”研究。后来，继续留在软件教研室的黄文奇教授，在和“华中工学院”邀请来讲学的外国“数理逻辑”专家交流后，水平一下提升到和当年“人工智能”一骑绝尘的“吉林大学”

旗鼓相当；80年代在南昌，本人亲耳听到刘叙华讲到黄和他老师王湘浩“抬杠”的故事。拙著第196页提到1997年5月1日，笔者邀请陈庆益和黄文奇两先生，为刘启新用几何方法做出“1+1”的一个证明作鉴定。请陈先生是因为笔者曾看到他在《兰州大学学报》上发表过关于“费马大定理”的一篇“思考”，因为华工刚从国外买来克努特著《程序设计的艺术》第一卷“算法”英文版，内面有对解决一个个“习题”的悬赏金额，特地把“费马猜想”悬赏的事情告诉他，他给笔者回信说，兰州还看不到克努特的书——这本书正好是王湘浩先生的大弟子管纪文和苏运霖（1976年苏老师带学生实习，笔者曾和他同住在华北计算所的招待所，是一位华侨）翻译的，后几年才出版。上述在江西讲学《人工智能》的刘叙华算是二弟子。在接陈庆益和黄文奇两先生的出租车内，陈老师告诉我，黄文奇是方开泰的同年级同学，不过，不是在数学而是在天文学专业。陈庆益曾是李老师的助手，50年代初去苏联留学，取得“副博士”学位回国支援了西北，和分配到中科院兰州分院的黄文奇“惺惺相惜”地成了好友。本人不想牵涉李老师，准备把陈先生从兰州大学给我的回信找出后，再拜访他，可惜，没等到深谈一次，他不得志地“走了”，我再也无法知道他调回湖北老家，和我的去信有否关系，只知道他文革赋闲考虑了数论问题，“科学的春天”到来时，又回到“微分方程”方向了。本来是一个联系实际较好的专业，为什么留下“后悔选择了数学”的慨叹呢？1998年春节，刘启新的妹妹——一位“武汉女企业家协会”成员，去给黄文奇拜年。黄文奇接过她贺礼中的一串香蕉说：“我还从来没有买过这么大一串香蕉。”刘妹妹后来感慨：一位和世界“数理逻辑学”专家齐肩的“大教授”过得这样！此后未曾再谋面，黄老师也因“忧郁症”“走了，惜哉！

1995年从青岛回汉后，发现王元先生举荐的林少宫教授早已退休，方开泰又给我介绍了他同学夏明远老师，主持“筹备组”。夏老师证明过一个数论难题，被澳大利亚应用到国家信息系统的安全领域，访华时，澳总理告诉了中国国家领导人，湖北才出现“报道”。结果，夏老师让儿子顶替去澳洲工作，他则安排了他的学生——时任华中师范大学的研究处处长，帮助笔者组建“均匀设计分会”湖北省分支机构，他也出国“帮忙”去了。不久，这位处长去香港跟随方先生读博去了，几年后回汉，升任华师党委副书记，本人回国期间想问方先生和均匀设

计学会近况，因“工作忙”没空见面而作罢。最近几年知道，他调任至本人拿退休金的单位做副校长，升任“中国数学会均匀设计分会”主任委员。

夏老师恰好也和李老师有关，他本来也是在中国科学院数学计算技术研究所工作，文革中，李老师受到冲击，“所”也被六机部收纳——现为舰船研究院 709 所。夏老师又从该所调到华中师范大学。而李老师在“科学的春天”又申请成立了“武汉数学物理所”，出版有《数学物理学报》，其外文版是《中国数学学报》之外又一份享誉全球的数学杂志。在李老师退休前，举荐了武汉大学毕业的北京数学所的丁夏畦接班。我曾请《数学物理学报》留存本人设计的“两分划素数和图”，不是发表，只是“录以备忘”。因为丁夏畦有话：不要碰“数论”问题，尽管是师兄弟知根底，也被拒绝。本人了解到：陈景润的“ $2+1$ ”发表后，丁夏畦曾把证明缩小到一张纸，他们编辑部还不知道。陈景润证实了丁夏畦的确改写过他的证明：“在我们的文章（1973 年）发表后的短短几年中，世界上就出现了很多种简化的证明，其中有四、五个简化证明是较好的，其中最好的简单而本质的证明就是由我国数学家王元、丁夏畦与潘承洞三教授合作的论文中所给出。”^[14] P120 他同时说到：“总的来说，哥德巴赫问题是我们科学群山之一峰，……这二、三十年来，以华罗庚教授为首的中国数论学派的发展壮大过程，许多青年数学家曾在老一辈科学家的辛勤培育下，共同努力，形成了一个数论研究的集体，……八十年代初，英国皇家数学会的主席杜特（Todd）教授就高度评价了以华罗庚教授为首的中国数论学派的突出成就。”^[14] P121。

笔者曾将杨哲的“粉丝”们在西湖“** 论坛”“** 茶馆”“** 绿洲”等网络上鄙弃这个“学派”的言论传给朋友，他们都说“科学研究不能以成败论英雄”，何况这些数学家不仅仅做了“ $1+n$ ”。“高堂上”的某些数学家可能存在一些“傲慢”，也可能是“情况复杂、能力不济”。网上有些“愤慨情绪”，可以理解。如何宣传“数学面前人人平等”，把全体民众的数学水平提高一两个档次，是不是更好一些的路径？

拙著 P195 写道：“笔者的‘宿集数和图’却不敢有此奢望（展示 250 多年的成果）。在罗先生将（自己的）发现‘公告’的激发下终于发表，是赞同丁

一先生的意见：‘没有千万错误，就登不上真理的宝座（钱学森）。如果有关部门组织专家学者，把数十麻袋错误稿件，加工分析整理出版，命名为《悖论大全》。这将是一本有价值的优秀科普著作，容广大读者得到提高、走出误区、受到教益。这是科学家们殷切的希望。也许，《悖论大全》出版之日，就是哥德巴赫猜想圆满解决之时’，笔者完全赞成这一种意见。”

王茂泽说：“尽管利用最先进的《正整数谱理论》，但证明 $3x+1$ 猜想还是花了我们二十五年时间。从感受上来说，证明它要比证明哥德巴赫猜想更困难，用大家口头常说的‘很复杂’来形容它是再也恰当不过的了，在走遍了许多条歧途之后才获得了正确思路，……这正应了中国古谚：‘愚者千虑，必有一得’……此猜想的难度包括两个方面：一在于如何处理无限问题；二在于如何理清错综复杂的头绪，抓住问题的本质规律。尽管论证该问题的所有草稿总共不足一公斤，但论证所用到的思想方法，解决问题所经历的曲折途径却足以写一本不薄的书，给后人很大的启迪。

“此猜想的证明对我们自己更有启迪：一是再难的问题只要坚持不懈地专心钻研，总会有所进展的，甚至最终能够解决；二是钻研世界难题对人的素质有很大的提高作用，……七是人类认识到的正整规律只是正整规律的极少一部分，我们应该大力发展科技事业，大力发扬创新精神，让更多的人深入科学研究，让更多的人参与科技发明，大力促进社会文明，大幅度提高人类生活质量。”

为了“让更多的人参与”，笔者最后，利用计算过的资料，让中学以上文化的读者们自己动手算算。

【定理3】E数归一行数计算规则：

1. 偶数行 E 数转换到奇数行 E 数， $2^k x_{\text{odd}} \rightarrow 3^k x_{\text{odd}}$.

2. 后奇数行 E 数转换到前移 $i+1$ 行的 A 数， $4x_i+3 \rightarrow 3x_i+2$.

3. i 是奇数的前奇数行 E 数转换到前移 $(5x_i+1)/2$ 行的 E 数， $4x_i+1 \rightarrow (3x_i+1)/2$.

4. i 是偶数的前奇数行 E 数转换到前移 i 行的 Δ 数， $4x_i+1 \rightarrow 3x_i+1$.

例如：

1. 偶数行 E 数， $2^k x_{\text{odd}} \rightarrow 3^k x_{\text{odd}}$. $47 \rightarrow 161, 155 \rightarrow 233, 263 \rightarrow 593, 167 \rightarrow$

377, 479—>2429, 911—>3077, 23—>53, 共七例。

2. 后奇数行 E 数前移 $i+1$ 行得 A 数, $4xi+3 \rightarrow 3xi+2$. 41—>31, 161—>121, 137—>103, 233—>175, 593—>445, 377—>283, 425—>319, 共七例。

3*i* 是奇数的前奇数行 E 数前移 $(5xi+1)/2$: $4xi+1 \rightarrow (3xi+1)/2$, 2429—>911, 仅一例。

4*i* 是偶数的前奇数行 E 数前移 i 行得 Δ 数, $4xi+1 \rightarrow 3xi+1$. 3077—>2308, 53—>40。

Γ 27-pl=111 归一过程中, E 数转换到前移后, 剩下的 Δ 数 A 数等, 易于前移, 比如: Δ 1336, 668, 334, (167—>377—>) 283, Δ 850, Δ 958, (2429—>911—>3077—>) Δ 2308, 1154, 577, Δ 1732, 866, 433, Δ 1300, 650, 325, Δ 976, 488, Δ 244, 122, 61, Δ 184, 92, Δ 46, (23—>53—>) Δ 40, 20, Δ 10, 5, Δ 16, 8, Δ 4, 2, 1。

又例如 1601 数“归一”过程中的数据, 补充齐了个位数的 E 数:

ε 267=1601-pl=60, $\cdots$ 191—>1457 $\cdots$, 77—>29—> Δ 22, 11—>17—>13, Δ 40, 20 $\cdots$

一眼看穿“16”是最亮眼的星星, 功力来自“数分 6 类, 核含两半”几十年磨炼, 不由得心怀感激地思念起李老师。感谢李德华告诉笔者, 有一天他回家, 看到“老爷子”书房, 书桌上、凳子上、午休卧榻上, 摆满了“均匀设计原理及自动实现”的条幅, 要他指指哪幅好一些: “哎, 人老了, 笔力差了。”他描述的“书房场景”多少年来盘旋在本人脑际, 这字内饱蘸了老师笔下多少期望的心血啊!

感谢德华在 20 世纪 70 年代末, 邀请笔者参加了“华中工学院地形相关辅助导航系统”的科研, 这篇专著是在他主持课题完成的 31 份报告的第 16 份同名报告基础上, 修改完善的。还应感谢李小川、李工宝。感谢陈桂发、萧慎勇、李宝俊、伍乃骐、俞青和钱清洋诸位提供信息的帮助。

再一次感谢加国大多地区约克郡医疗机构对本人患心脏病的救治。

特别感谢《理论数学前沿》编辑部对拙著提出的宝贵意见, 以及对中英文字、标点引文的修改和编辑, 及时地出版了笔者三篇思考素数特性的论文。

最后, 疫情中麻烦多多, 感谢家人的容忍、守望和照料。感谢 alyson 接通网络保证了图文在最后期限寄出; 祝她钢琴过 8 级、即将到来的十岁生日快乐。

参考文献

- [1] Wang M Z, Yang Y B, He Z X, et al. The Proof the $3x+1$ Conjecture [J]. *Avances in pure Math*, 2022 (92): 10–28.
- [2] 钱进. 素数分两半——SJTU-125 全球“科学”问第一题的思考 [J]. *理论数学前沿*, 2021, 3 (4): 55–70.
- [3] Maoze Wang, Yongbao Yang, Zhenxiang He, et al. Data verification of the Proof of the $3x+1$ Conjecture (to be published).
- [4] 钱进. 难题破解, 群星闪烁——SJTU-125 全球“科学”问第一题再思考 [J]. *理论数学前沿*, 2022, 4 (1): 1–17.
- [5] 职业数学家在民间. $3n+1$ 猜想: 遥远而又神秘未知世界投射过来的一缕微光 [EB/OL]. (2019-03-18). <https://wenku.baidu.com/view/5ba77ec85df7ba0d4a7302768e9951e79b89690a.html>.
- [6] 王湘浩, 谢邦杰. 高等代数 [M]. 北京: 人民教育出版社, 1960.
- [7] 杨哲. 证明哥德巴赫猜想 [J]. *知识文库*, 2019 (9).
- [8] 罗莫. 数学底层引擎相邻论和重合法 [M]. 深圳: 海天出版社, 2019.
- [9] 弗兰克, 维尔切克. 互补性是思维的拓展 [EB/OL]. <http://finance.sina.com.cn/tech/2022-01-29/doc-ikyakumy3306648.shtml>.
- [10] 约翰·麦顿. 数学面前人人平等 [M]. 柒线译, 上海: 上海社会科学院出版社, 2022.
- [11] 盖伊. 数论中未解决的问题 [M]. New York: Springer-Verlag, 1981.
- [12] Collatz graph generation based on Python code by @TerrorBite. Radial node-link tree layout based on an example in Mike Bostock's amazing D3 library.
- [13] 宇文永权. 用科学创新思维证明“ $1+1$ ” [EB/OL]. <http://blog.sina.com.cn/s/blog>.
- [14] 陈景润. 哥德巴赫猜想 [M]. 沈阳: 辽宁教育出版社, 1997.

The Stars Twinkle, Win the Most Dazzling —Three Thoughts on the First Question of SJTU-125 Global “Science”

JIN Chien
ORCID 0000-0001-8201-2360

Zhongnan University of Economics and Law, Wuhan, China

Abstract: This article announces that two papers have proved that the “parity returns to one” conjecture is true, and condenses the content of the proof published later to compare with the first published one to prove that its basic context is correct. Since the problem arises in the handling of “infinity”, the author’s thinking is expounded in combination with Yang Zhe and Romo’s papers proving Goldbach’s conjecture. Under the basic fact that “numbers are divided into six categories, and the core contains two halves”, the traditional number theory problem is simplified. In the astrology diagram to assist understanding and proof, the total entrance 16 is the most dazzling star. Once again, it is confirmed that “ten thousand numbers” are “same but not harmonious”, and the subtle differences plus the “infinite and leak-free” characteristics make prime numbers so special.

Key words: “Parity-to-even” problem; $\Delta\delta$ number; $E\epsilon$ number; Infinite matrix; Constellation pattern; Astronomical map; Infinite no leakage

【附录1】问题证明验算数据

第5节**定理2**的证明，例如：选用了笔者特别计算的27数“归一”的过程中的数据，现将完整的112个数据列在下面。请读者反复、全面验证第5节的理论证明时使用。

$\Gamma 27, \Delta 82, 41, \Delta 124, 62, 31, \Delta 94, 47, \Delta 142, 71, \Delta 214, 107, \Delta 322, 161, \Delta 484, 242, 121, \Delta 364, 182, 91, \Delta 274, 137, \Delta 412, 206, 103, \Delta 310, 155, \Delta 466, 233, \Delta 700, 350, 175, \Delta 526, 263, \Delta 790, 395, \Delta 1186, 593, \Delta 1780, 890, 445, \Delta 1336, 668, 334, 167, \Delta 502, 251, \Delta 754, 377, \Delta 1132, 566, 283, \Delta 850, 425, \Delta 1276, 638, 319, \Delta 958, 479, \Delta 1438, 719, \Delta 2158, 1079, \Delta 3238, 1619, \Delta 4858, 2429, \Delta 7288, 3644, 1822, 911, \Delta 2734, 1367, \Delta 4102, 2051, \Delta 6154, 3077, \Delta 9232, 4616, 2308, 1154, 577, \Delta 1732, 866, 433, \Delta 1300, 650, 325, \Delta 976, 488, 244, 122, 61, \Delta 184, 92, 46, 23, \Delta 70, 35, \Delta 106, 53, \Delta 160, 80, 40, 20, \Delta 10, 5, \Delta 16, 8, 4, 2, 1.$

又例如文中选用了特别计算的1601数“归一”过程中的数据，完整的60个数据：

$\varepsilon 267=1601-pl=60, \Delta 4804, 2402, 1201, \Delta 3604, 1802, 901, \Delta 2704, 1352, \Delta 676, 338, 169, \Delta 508, 254, 127, \Delta 382, 191, \Delta 574, 287, \Delta 862, 431, \Delta 1294, 647, \Delta 1942, 971, \Delta 2914, 1457, \Delta 4372, 2186, 1093, \Delta 3280, 1640, \Delta 820, 410, 205, \Delta 616, 308, \Delta 154, 77, \Delta 232, 116, \Delta 58, 29, \Delta 88, 44, \Delta 22, 11, \Delta 34, 17, \Delta 52, 26, 13, \Delta 40, 20, \Delta 10, 5, \Delta 16, 8, \Delta 4, 2, 1.$

【附录 2】

心怀崇敬地思念李国平老师，愿您站立的铜像永远矗立在东湖高新技术开发区。怀念陈庆益教授和黄文奇教授。祝夏明远教授天北地南身体健康。您诸位曾是武汉数学的骄傲。

