

质量是量度惯性的物理量吗？

F. 赫尔曼¹ M. 泡利格¹ 陈敏华^{2,3,4}

1. 德国卡尔斯鲁厄理工大学，德国；
2. 深圳市晟才高级中学，深圳；
3. 浙江师范大学，金华；
4. 浙江省绍兴市鉴湖中学，绍兴

摘要 | 任何一个物理量都是用来量度物质系统的某种性质的。惯性是用质量来量度的。本文讨论了质量是否是量度惯性的物理量这一问题。为此，我们首先讨论了惯性这一概念，引入了量度惯性的方法。只要我们所讨论的物体的质心速度比极限速度 c 小很多，相对论质量可以用来量度其惯性。然而，在一般情况下，它没有这个功能。如果物体的质心速度是相对论速度，则质量（无论是静质量还是相对论质量）就失去了量度惯性的功能。然而，物体的惯性可以用其特征曲线来描述。

关键词 | 惯性；质量；物理量；特征曲线

Copyright © 2023 by author (s) and SciScan Publishing Limited

This article is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>



任何一个物理量都是用来量度物质系统的某种性质的。温度是用来量度物体的冷热程度的，压强是用来量度物体的膨胀趋势的，动量是用来量度物体运动的多少的，速度是用来量度物体运动的快慢的。只有当我们知道一个物理量

基金项目：德国久堡基金会。

通讯作者：陈敏华，深圳市晟才高级中学特级教师，正高级，研究方向：物理教育。

文章引用：F. 赫尔曼，M. 泡利格，陈敏华. 质量是量度惯性的物理量吗？[J]. 现代物理进展，2023，5(4)：1-8.

<https://doi.org/10.35534/amp.0504001>

所量度的性质时,我们才能深度地理解这个物理量所在的物理公式。

下面我们来讨论惯性这种性质。我们知道,惯性是用质量来量度的。质量较大的物体具有较大的惯性,质量较小的物体具有较小的惯性。人们普遍地知道质量的这一描述功能,并广泛地使用质量这一物理量。

然而,在相对论中,质量的这一描述功能受到了质疑。当一个物体速度很大时,即当一个物体的速度不再是 $|v| \ll c$ 时,质量与速度有关了,这时的质量叫作相对论质量。这是否意味着这时惯性也与速度有关?答案是肯定的。那么,在这种情况下相对论质量也能量度惯性?答案是否定的。我们将会认识到,我们必须改变一下关于质量和惯性之间关系的一些观点。

为此,我们首先要解释一下惯性的含义。事实上,这比定义质量要容易。下面,我们来给出这个定义。

对质能方程和质量、静质量、相对论质量、纵质量和横质量等术语的不同应用感兴趣的读者可参考一下山顿(Sandin)的文章^[1]。在这篇文章中,作者给出了综合的梳理,并容易理解。罗切(Roche)对质量概念的历史发展作了调查^[2]。有学者,如希尔科(Hecht^[3,4])、科尔霍(Cuelho^[5])和希华兹(Schwarz^[6]),对质量的含义作了详细的讨论。

1 对量度惯性的物理量的定义

在我们的定义中,惯性指日常生活中所说的与运动有关的概念。

为此,我们定义*:

$$T:=dp/dv. \quad (1)$$

这个物理量告诉我们,要使物体的速度改变 dv , 必须给它提供相应的动量 dp 。在给定的速度变化量下,如果所需的动量越大,那么这个物体的惯性就越大;反之,这个物体的惯性就越小。*

我们先来讨论一个简单的情况:一个物体以非相对论的速度运动。这时,我们有:

* 我们将讨论的问题局限在所分析的物体的动量变化量的方向与这个物体在动量变化前的动量方向一致的情况。

$$p=m \cdot v \quad (2)$$

(1) 式告诉我们:

$$T=dp/dv=m. \quad (3)$$

T 等于质量 m , 这个结论是不足为奇的。

我们也可以从动量和速度的函数图线中来知道惯性的大小。画这种图线的方式有两种选择: 一种是 p 是 v 的函数, 另一种是 v 是 p 的函数。我们选择后一种, 即将 p 视为自变量。实际上, 我们对于动量比对于速度有更直觉的理解。在后面讨论相对论运动时, 这种理解将变得特别清晰。

图 1 给出了在非相对论情形下的 $v(p)$ 函数。两个小三角形告诉我们速度变化 dv 需要多少动量 dp 。对于较大的质量 m_2 , 所需的动量较多, 我们还可以看出, 对于某一物体, T 与动量或速度无关。

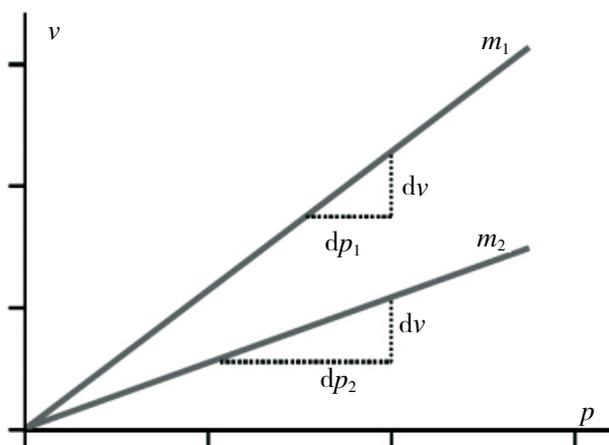


图 1 速度正比于动量 (在不同的速度下, 一个物体的惯性是相同的)

Figure 1 The velocity is proportional to the momentum (the inertia of a body is the same for every velocity)

2 速度很大时, 惯性由特征曲线描述

在速度很大时, 情况会发生明显的变化: (2) 式中的质量变得与速度有

关了:

$$p=m(v) \cdot v, \quad (4)$$

其中 $m(v)$ 叫“相对论质量”，其公式为:

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5)$$

(5) 式中的 m_0 是物体静止时的质量，叫“静质量”。这样，(4) 式可写为:

$$p(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} v \quad (6)$$

由此解得速度为:

$$v = \frac{cp}{m_0 \sqrt{c^2 + \frac{p^2}{m_0^2}}} \quad (7)$$

图 2 画出了静质量不同的三条速度和动量的函数图线。

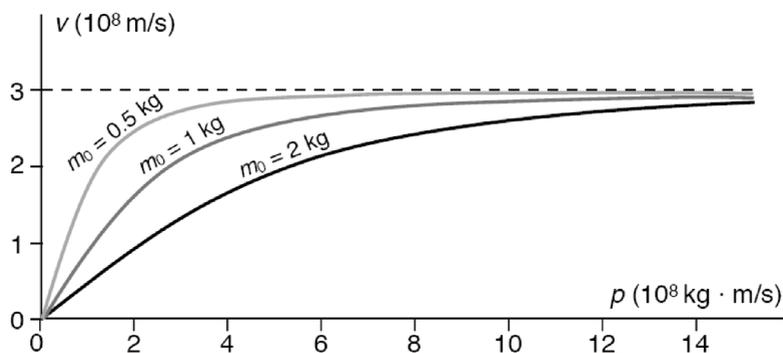


图 2 静质量不同的速度和动量的函数关系

Figure 2 Dependence of the velocity on the momentum for various rest masses

在这三种情况中，当动量不断增加时，速度都趋向于极限速度。

我们发现，一个物体的 T 不再是一个常量，而与速度有关。为了使物体的速度增加一定的值，开始时我们只需要给物体提供一点点动量，后来需要越来

越多的动量（图 3）。物体的速度增加时，惯性也增加了。

速度的绝对值不可能超过一个确定的值 c 。这个值叫**极限速率**（Terminal Speed）。

我们来计算一下（1）式所定义的量度惯性的物理量 T 。我们所要做的工作是求动量对速度的导数，即对（6）式求速度的导数。我们得到：

$$T(v) = \frac{dp}{dv} = \frac{m_0}{\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (8)$$

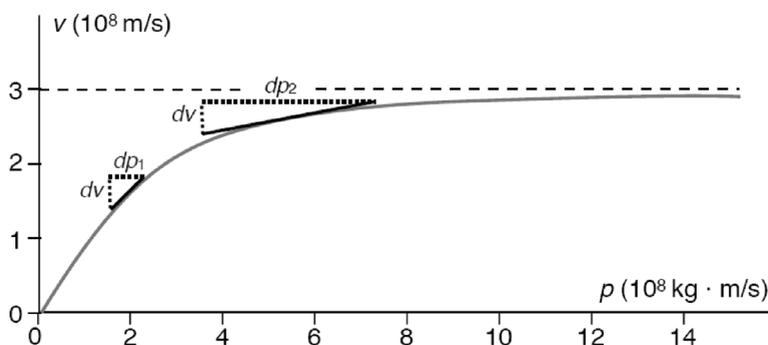


图 3 三角形表示其惯性

Figure 3 The red triangles tell us how inertial the body is

图中的三角形告诉我们物体惯性的大小是如何变化的。当我们向物体“充入”动量时，它的惯性随之增大。

显然，这时惯性已经不再是可用一个值来量度的性质了，它不仅取决于静质量 m_0 （它量度的是物体本身的属性），也取决于速度（它量度的是物体的运动状态）。请注意，我们所说的惯性既不是静质量所量度的性质，也不是（5）式所示的相对论质量所量度的性质。

如果你一直认为惯性是物体不变的性质，那么你对这一结论会感到失望。然而，你不必感到太失望，因为在物理学中这种情况是很普遍的。在电学中，我们总会给出某一电阻器的电阻，比如， $1000\text{k}\Omega$ 。这个值可从它的 $I-U$ 特征曲

线中得到。然而，我们知道，电压和电流的关系通常无法用一个值来描述。这时，我们需要用图4中的特征曲线来描述。

这样，我们可以说，图2和图3表示的是物体的惯性特征曲线^①。

然而，即使在相对论情境中，我们仍有理由把质量理解为量度惯性的物理量。这怎么可能？难道我们不想证明它在相对论情境中失去描述功能的一面了吗？

在前面的讨论中，我们假定粒子或物体是无结构的，但没有清晰地指出系统无法用任何方式来加以激发，其温度或压强不可能变化，等等。现在，我们取消这一限制条件。

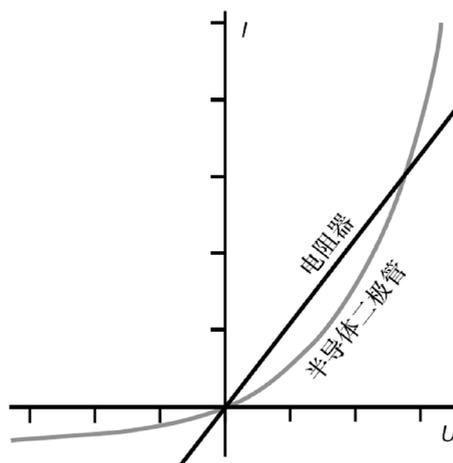


图4 一个电阻器和一个半导体二极管的I-U特征曲线

Figure 4 $I-U$ characteristic of a resistor and a semiconductor diode

电阻器的电阻特征只需用一个值来表征，而半导体二极管的电阻特征需要用一条函数曲线来表征。

我们来做一个思想实验。在一个容器中有高温气体，其粒子的速度是相对论速度 1 。对于这个容器，我们来做一个经典力学的实验，即容器的速度在经典

^① 在文献中，(8)式右边的这一项是“纵质量”。这个名称是为了区别“横质量”。横质量是用来量度垂直于加速运动的物体的运动方向上的惯性的物理量。由于物体在垂直于运动方向上的速度为零，因此它等于(相对论)质量。这样，我们得出结论：量度惯性的物理量是一个张量(见参考文献1)。

力学的研究范围内。

我们先将这瓶气体放在体重计上，称出其重力，即引力质量。我们发现，其引力质量大于每部分气体的静质量，即它的质量与温度有关。

另外，我们让其加速运动，并控制其（质心）速度比 c 要小很多。这时，我们发现其惯性质量就是体重计所测得的质量，这个质量与质心速度无关。因此，所测得的质量就是对其惯性的量度，尽管里面的气体粒子在以相对论的速度运动，这些粒子甚至可以是静质量为零的光子。因此，只要其质心速度与极限速度相比很小，无论系统的各部分以多大的速度运动，无论所组成的粒子静质量是否为零，（相对论）质量是量度惯性大小较恰当的物理量。

3 结论

本文讨论了质量是否是量度惯性的物理量这一问题。

为此，我们首先讨论了惯性这一概念，引入了量度惯性的方法。

只要我们所讨论的物体的质心速度比极限速率 c 小很多，相对论质量可以用来量度其惯性。然而，在一般情况下，它没有这个功能。

如果物体的质心速度是相对论速度，则质量（无论是静质量还是相对论质量）就失去了量度惯性的功能。然而，物体的惯性可以用其特征曲线来描述。

* 我们也可以作用在物体上的力 F 和物体所获得的加速度 a 来定义量度惯性的物理量，即：

$$T:=F/a.$$

将 $F=dp/dt$ 和 $a=dv/dt$ 代入，我们就得到了（1）式。因此，这两个定义是等价的。请注意，由于 m 与速度有关， $F=ma$ 在这里不再适用。

参考文献

- [1] T R Sandin. In defense of relativistic mass [J]. Am. J. Phys, 1991 (59) : 1032–1036.
- [2] J Roche. What is mass? [J]. Eur. J. Phys, 2006 (26) : 225–242.
- [3] E Hecht. There is no really good definition of mass [J]. The Phys. Teach,

2006 (44) : 40–45.

- [4] E Hecht. Einstein never approved of relativistic mass [J] . The Phys. Teach, 2009 (47) : 336–341.
- [5] R L Coelho. On the definition of mass in mechanics: Why is it so difficult? [J] . The Phys. Teach, 2012 (50) : 304.
- [6] B Schwarz. On defining mass [J] . The Phys. Teach, 2012 (50) : L2.

Is Mass a Measure of Inertia?

F. Herrmann¹ M. Pohlig¹ Chen Minhua^{2,3,4}

1. Karlsruhe Institute of Technology, Germany;

2. Shengcai Senior High School, Shenzhen;

3. Zhejiang Normal University, Jinhua;

4. Zhejiang Shaoxing Jianhu Senior High School, Shaoxing

Abstract: Any physical quantity is a measure of a property of a physical system. We are concerned with the property inertia. It is known to be measured by the physical quantity mass. We were concerned with the question of whether mass is a measure of the property inertia. For this purpose, we first settled what we want to understand by inertia, and we introduced a measure for it. As long as one considers movements with center-of-mass velocities much smaller than the terminal speed c , relativistic mass measures inertia. In general, however, it does not. If we allow for relativistic center-of-mass velocities, the mass loses this property. Neither the rest mass nor the relativistic mass is a measure of inertia. However, the inertial behavior can now be described by a characteristic curve.

Key words: Inertia; Mass; Physical quantity; Characteristic curve