

## 利用 Mathematica 提升高等数学教学效果

陈星宇<sup>1</sup> 解智勇<sup>2</sup> 赵光普<sup>1</sup>

1. 内蒙古工业大学理学院数学系, 呼和浩特;  
2. 内蒙古大学数学科学学院, 呼和浩特

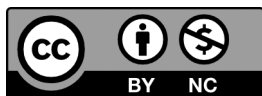
**摘要** | 伴随计算机技术的迅猛进步, 作为功能强大的数学软件, Mathematica在高等数学的教学与研究领域起到关键作用。本文全面探究了Mathematica数学软件在高等数学中的应用价值, 涵盖函数绘图、符号计算、数值求解及数学建模等方面。依靠具体案例深入分析, 呈现了Mathematica数学软件在高等数学中的多重价值, 例如辅助理解复杂数学概念, 直观感受函数图像, 提升计算速率, 增强学生学习的积极性与自主探究能力等。

**关键词** | Mathematica; 高等数学; 数学教学

Copyright © 2025 by author (s) and SciScan Publishing Limited

This article is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>



高等数学作为理工科专业的基础课程, 内容繁杂且抽象, 复杂的数学结构及动态变化, 传统教学方式难以直观展现。伴随信息技术的急速发展, 计算机辅助教学成为促进数学教学改革的关键途径。作为领先态势明显的数学软件, Mathematica能够将符号计算、数值分析、函数绘图和交互式操作汇集在一起, 为高等数学教学与研究提供强有力的支撑。本文旨在探讨Mathematica在高等数学中的具体应用实例, 剖析其在提升教学成效、增进学生认知以及培育创新素养方面的功效, 推动高等数学教学向现代化、多样化迈进。

### 1 Mathematica 概述及其功能特点

Mathematica是一款由Wolfram公司开发的集成计算软件, 广泛应用于科学计算、工程分析与数学教学等领域。其关键优势源于强大的符号运算能力, 能够实现复杂数学表达式的解析、化简以及求解, 极大提高了解决数学问题的效率<sup>[1-3]</sup>。Mathematica支持进行高质量的二维

及三维函数绘图操作, 助力用户以直观方式呈现数学对象的形态与变化过程, 增强对数学对象的理解与分析能力<sup>[4, 5]</sup>。该软件同样具备多样的数值计算功能, 可处理诸如微分方程、积分与优化等复杂难题, 能与多种应用场景相契合。

### 2 Mathematica 在高等数学中的具体应用

#### 2.1 符号计算与公式推导

Mathematica展现强大的符号运算能力, 能对复杂数学表达式实施简化、求导、积分与变换, 也可对微分表达式、矩阵方程、特殊函数等复杂数学对象实现全流程自动化处理。它具备精准的代数运算支持能力, 能够帮助用户快速进行公式推导及定理验证, 切实减轻手工计算的繁杂, 增强数学推理的精准度与效能。其毫秒级响应的代数引擎精准支持多项式因式分解等高阶代数操作、群论定理验证等复杂流程。例如, 在如下的表达式中,

基金项目: 内蒙古自然科学基金 (2025MS01004, 2024QN01001, 2023MS01012)。

通讯作者: 赵光普, 内蒙古工业大学理学院数学系, 博士, 副教授, 研究方向: 应用数学。

文章引用: 陈星宇, 解智勇, 赵光普. 利用Mathematica提升高等数学教学效果 [J]. 教育研讨, 2025, 7 (6): 711-714.

<https://doi.org/10.35534/es.0706136>

$u_{z1}(r) = \frac{3}{4}[2r^2(1+M_1 + \frac{3}{2}Wi) + \frac{1}{4}r^4(2Wi+8\omega Wi)] + C_1$ ，其中  $M_1 = \frac{1}{5}(-5-9Wi-6\omega Wi)$ ， $C_1 = -\frac{3}{8}(4+4M_3+7Wi+4\omega Wi)$ ，将  $M_1$  和  $C_1$  的表达式代入  $u_{z1}$ ，可以轻松推导出  $u_{z1}$  的表达式。若采用传统手工推导方法，完成此类复杂公式的运算往往需要耗费数十分钟甚至更长时间，且容易因人为因素导致计算结果有误。而借助 Mathematica 强大的符号计算，仅需将相应数学表达式输入 Mathematica 中，同时使用“Simplify”命令，便可在数秒内获得最精确最简单的结果。这种显著的时效优势不仅大幅节省了人工计算成本，更使得研究者能够将精力集中于数学本质的探究与创新性思考，而非繁琐的机械运算。

### 2.2 函数绘图与几何直观

Mathematica 支持开展高质量的二维与三维函数绘图，支持参数方程、隐函数、微分方程解曲线及微分几何等复杂对象的高精度动态渲染。其独有的 Manipulate 函数允许师生通过滑块实时调整参数（如系数、初值、维度），动态观察双曲抛物面随参数变化的空间形态，凭借动态交互呈现函数的变化趋势及几何形状。它能直观地把曲线、曲面及几何体呈现，辅助学生理解抽象的数学概念，增强空间想象力与视觉感知力。在多元微积分教学中，软件可同步绘制梯度场与等值面，通过旋转、剖切、光照调节等交互操作，将方向导数与势能场的抽象关系转化为沉浸式视觉体验。对于空间解析几何难点，Mathematica 的拓扑保形算法能准确呈现克莱因瓶、环面等非欧几里得流形结构，而光线追踪技术可生成带反射与折射效果的材质曲面。在讲解曲面及其方程这一课时，仅依靠函数表达式，如抛物面  $z=f(x, y) = x^2 + y^2$ <sup>[6]</sup>（如图 1 所示）或双曲抛物面  $z=x^2/4-y^2/9$ （如图 2 所示），若只进行理论描述，学生往往难以在脑海中构建出曲面的具体形态，导致理解困难。但是若把图像呈现给学生，则会激起学生的学习欲望。

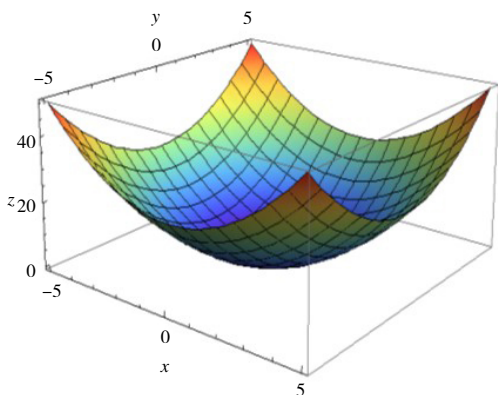


图 1 二元函数  $z=x^2+y^2$  的三维图像  
Figure 1 The 3D plot of  $z=x^2+y^2$

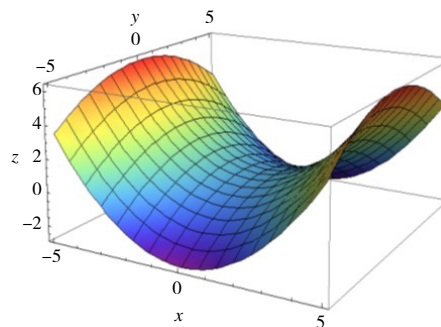


图 2 二元函数  $z = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}$  的图像

Figure 2 The 3D plot of  $z = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}$

### 2.3 数值求解与优化

Mathematica 为用户提供多种数值计算工具，能高效解决微分方程，包括常微分方程和偏微分方程，以及各种类型的积分包括定积分、不定积分、数值积分、线性与非线性方程组以及具有挑战性的非线性优化问题（如约束优化、全局优化）。其把精确和近似计算融合在一起的能力，助力复杂数学问题实现快速有效地求解，广泛应用在工程及科学范围，核心优势在于能够将精确计算与数值计算能力无缝结合。这种独特的融合允许用户根据问题的具体情况灵活选择最合适的求解路径：对于能获得精确解析解的问题进行精确推导，而对于难以解析求解或规模庞大的问题，则调用其高度优化的数值算法库进行快速、高精度的近似计算。

这种“精确”与“近似”的协同工作模式，极大地扩展了 Mathematica 解决实际问题的范围和效率。例如求解微分方程  $\begin{cases} y''(x) + y(x) = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = 0 \end{cases}$ ，这个问题有精确解  $y = \cos x$ <sup>[6]</sup>，所以可以利用 Mathematica 求出方程的精确解还可以画出图像，如图 3 所示。再如方程  $\cos x = -x$ ，通过观察图 4 发现该方程有解，但是没有解析解，所以只能通过数值方法找到数值解。

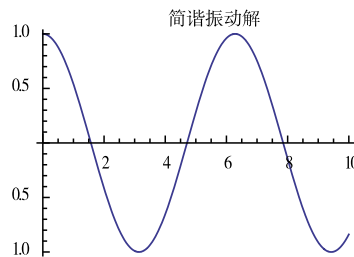


图 3 微分方程  $\begin{cases} y''(x) + y(x) = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = 0 \end{cases}$  解的图像

Figure 3 The graph of the solution to differential equation  $\begin{cases} y''(x) + y(x) = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = 0 \end{cases}$

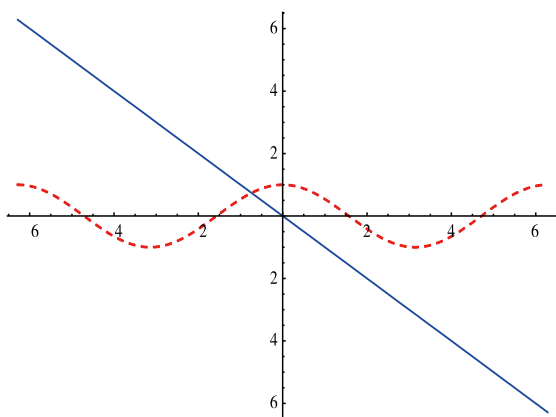


图4 蓝色实线表示 $y=-x$ ，红色虚线表示 $y=\cos x$   
Figure 4 The blue solid line represents  $y=-x$ , while the red dashed line denotes  $y=\cos x$

### 2.4 数学建模

Mathematica支持构建起高度复杂的数学模型，其独特的优势在于采用符号与数值计算相结合的方式模拟实际问题<sup>[3]</sup>。这种融合能力使其能够精准模拟现实中涉及非线性、多变量或动态特性的复杂实际问题。采用案例钻研，诸如物理系统（如机械振动、电磁场分布、热传导过程）的模拟分析、动力学仿真等，也能对经济金融数据（如市场波动、资产定价、宏观经济趋势）进行深入的预测建模与推演分析。通过理论与实际的融会贯通，能够提高学生解决现实问题的能力与创新思维水平，使学生得以身临其境地体验从抽象数学理论到具体应用实践的转化过程。

## 3 Mathematica 辅助高等数学教学的实践探索

### 3.1 教学模式创新

Mathematica的引入为高等数学教学开创了全新的教学模式创新局面，推动了教学模式的深刻变革。依靠其强大的符号与数值计算引擎及卓越的数据可视化功能，教师可突破传统板书讲解的模式局限，借助这一平台，教师可以通过动态交互、实时课堂演示等多种方式，让学生亲身体验函数图像的实时演化过程、公式推导的逐步推进过程以及复杂数学模型的构建过程。把抽象的数学知识转变为直观易解的形式，提高课堂趣味性及参与的积极性。这种沉浸式、探索性的学习体验，显著提升了课堂的趣味性，有效激发了学生的学习兴趣与主动参与度，使高等数学的学习从被动接受转向主动探究。

### 3.2 提升学生自主学习能力

Mathematica 为学生搭建了一个强大的自主学习平台，有效激发学生自主探索数学知识的内驱力。学生可

借助软件进行符号运算、动态可视化、函数绘图和高性能数值计算，自主验证课堂理论、深度挖掘数学规律、构建跨学科知识联结，以此强化对数学概念的理解与体悟。例如在微积分学习中，学生可实时绘制函数及其导数的动态关系图，观察洛必达法则的几何意义；在线性代数领域，则能可视化矩阵变换对向量空间的映射过程，将抽象概念转化为可交互的认知模型；依靠交互式探索界面，学生能借助Manipulate等函数，通过滑块自由调节参数（如改变微分方程初值或概率分布参数），直观体悟数学模型的变动过程，提高逻辑思维与问题解决能力。同时，Mathematica丰富的编程功能赋予了学生设计自己算法和程序的能力，提升计算思维、空间想象能力、逻辑推理能力及创新素养。这种自主学习模式唤起了学生的学习热情，可助力学习成果的持续提升。

### 3.3 案例教学与互动教学设计

利用Mathematica进行案例教学，教师可将繁复的数学理论运用到实际问题中，利用具体案例辅助学生搭建知识与现实世界的联系。例如可以将偏微分方程转化为热传导模型的可视化仿真，通过Manipulate[Plot3D[...[t,0,T]], {热导率k,0.1,5}]实时演示参数影响，凭借软件动态演示与可视化的特定功能，教学过程变得生动又直观。学生还可参与模型架构搭建、参数优化与结果分析活动，例如3-4人团队合作开发城市交通流自动机模型，通过Dynamic[ArrayPlot[grid]]实现实时路况推演，增添了课堂互动的活力。互动教学的设计不只是由教师讲解构成，还涉及学生的动手实操以及小组协同，推动了师生间以及学生彼此间的交流协作。经由案例教学与互动设计实施，学生理解及综合应用能力显著提升，为高等数学学习赋予了活力。

## 4 总结

作为高等数学教学与研究的关键利器，Mathematica极大拓展了教学手段及内容呈现形式。凭借符号计算、动态绘图及数值求解方式，Mathematica助力学生对抽象数学概念直观认知，也提高了课堂的互动性以及学习的趣味性。其可观的数学建模能力推动理论与实际问题紧密相扣，带动了跨学科教学的发展。未来，随着软件功能的不断完善与教育理念的创新，Mathematica将在高等数学教学中发挥更大潜力，助力培养具有创新能力和实践能力的数学人才，推动数学教育迈向更加智能化和个性化的新时代。

## 参考文献

- [1] 唐世星, 毛羽强, 杨光. Mathematica在高等数学实验中的应用[J]. 承德石油高等专科学校学报, 2014, 16(5): 48-50, 72.
- [2] 黄迪. Mathematica软件在高职院校“高等数学”

- 课程教学中的应用探析 [J]. 计算机应用文摘, 2025, 41 (4): 1-3.
- [3] 解小芸. Mathematica交互式程序在高等数学教学中的应用实践 [J]. 佳木斯职业学院学报, 2023 (10): 100-103.
- [4] 李守金. Mathematica在高等数学课程教学中的应用分析 [J]. 广西广播电视大学学报, 2022, 33 (6): 64-70.
- [5] 张勇. Mathematica科学计算与程序设计 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2021.
- [6] 同济大学数学系. 高等数学 (第七版) 上册 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.

## Improving Higher Mathematics Teaching with Mathematica

Chen Xingyu<sup>1</sup> Xie Zhiyong<sup>2</sup> Zhao Guangpu<sup>1</sup>

1. College of Science, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot;

2. School of Mathematical Science, Inner Mongolia University, Hohhot

**Abstract:** With the rapid advancement of computer technology, Mathematica, as a powerful mathematical software, plays a crucial role in the teaching and research of Higher Mathematics. This paper comprehensively explores the application value of Mathematica in Higher Mathematics, covering relevant aspects such as function graphing, symbolic computation, numerical simulation solving, and mathematical modeling. Through analyzing specific cases, the paper demonstrates the multifaceted value of Mathematica in Higher Mathematics, including facilitating the understanding of complex mathematical concepts, visualizing function graphs, enhancing computational efficiency, and fostering students' learning motivation and independent inquiry skills.

**Key words:** Mathematica; Higher Mathematics; Mathematics teaching